

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ①材料力学

I

問1

$$\sigma_{ab} = \frac{R_1}{A} \quad \sigma_{bc} = \frac{R_1 - P}{\alpha A} \quad \sigma_{cd} = \frac{R_1 - (k+1)P}{\beta A}$$

問2

$$\Delta l_{ab} = \frac{R_1 l}{AE} \quad \Delta l_{bc} = \frac{(R_1 - P)l}{\alpha AE} \quad \Delta l_{cd} = \frac{\{R_1 - (k+1)P\}l}{\beta AE}$$

問3

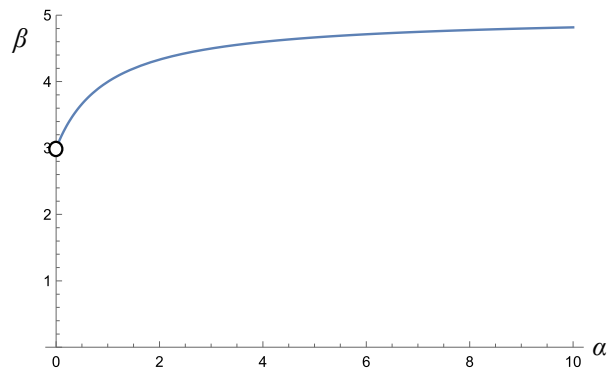
$$R_1 = \frac{\alpha(k+1) + \beta}{\alpha + \alpha\beta + \beta} P \quad R_2 = \frac{\alpha\beta(k+1) + k\beta}{\alpha + \alpha\beta + \beta} P$$

問4

$$\beta = \frac{5\alpha + 3}{\alpha + 1} = 5 - \frac{2}{\alpha + 1}$$

$\alpha = 1.5$ のとき,

$$\beta = \frac{21}{5} = 4.2$$

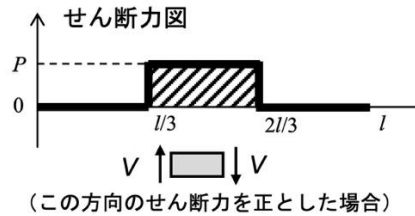


専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

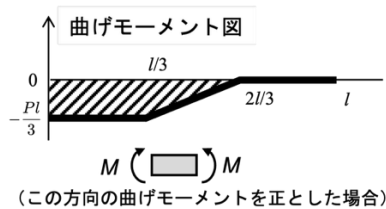
試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ①材料力学

II

問1



問2



問3

$$Z = \frac{5ab^2}{32}$$

問4

$$w = \frac{10Pl^3}{81EI}$$

(下向き)

問5

$$w_R = \frac{1}{3EI} \left(\frac{10}{27} P - R \right) l^3$$

(下向き)

問6

下向きに R/k ほど変位する。

問7

$$R = \frac{10Pl^3}{27 \left(l^3 + \frac{3EI}{k} \right)}$$

問8

曲げモーメントの大きさが最大となるのは、壁から $2l/3$ の場所でその大きさは $10Pl/81$ 。

令和7年度（10月期入学）及び令和8年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ②振動工学

I

問1

$\tan \theta = \frac{x}{a}$ より, $a = \frac{x}{\tan \theta}$. いま θ は十分に小さいので, $\tan \theta \approx \theta$ とすれば,

$$a = \frac{x}{\theta} = \frac{Pl^3/3EI}{Pl^2/2EI} = \frac{2}{3}l$$

問2

$$K = \frac{P}{x} = \frac{P}{Pl^3/3EI} = \frac{3EI}{l^3}$$

問3

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{K}{m} - \frac{g}{a} \right) \theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{g}{a}}$$

問4

$$\frac{K}{m} - \frac{g}{a} \leq 0 \text{ より, } mg \geq aK$$

解答例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ②振動工学

II

問1

$$\frac{1}{2}m_1L^2\dot{\theta}^2$$

問2

$$\frac{1}{2}m_2\dot{x}^2$$

問3

$$\frac{1}{2}k(x - L\theta)^2 + m_1gL(1 - \cos\theta)$$

問4

$$\sqrt{\frac{m_1g}{(m_1 + m_2)L}}$$

問5

$$m_1L\ddot{\theta} + (m_1g + kL)\theta - kx = 0$$

問6

$$m_2\ddot{x} + k(x - L\theta) = 0$$

解答例

専攻名 フロンティア工学専攻(一般選抜)

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ③流れ学

I

問1 $Q = \pi r_0^2 v$

問2 $Re = \frac{2\rho v r_0}{\mu} < 2300, \quad \therefore v < \frac{1150\mu}{\rho r_0}$

問3 $h_f = \lambda_1 \frac{L}{2r_0} \frac{v^2}{2g}, \quad \rho g h_f = \Delta p = \lambda_1 \frac{L \rho v^2}{4r_0}$

問4 $Q = \pi r_0^2 v = \frac{\pi r_0^4 \Delta p}{8\mu \frac{L}{r_0}}, \quad \Delta p = \lambda_1 \frac{L \rho v^2}{2r_0}, \quad \Delta p$ を消去し, λ_1 について整理すると $\lambda_1 = \frac{32\mu}{\rho v r_0} = \frac{64}{Re}$

問5 $\Delta p = \rho g h, \quad \therefore h = \frac{\Delta p}{\rho g}$

問6 $P = \Delta p Q \quad \left(= \frac{8L\mu v}{r_0^2} \pi r_0^2 v = 8\pi L\mu v^2 \right)$

問7 $\tau_w = \frac{\Delta p r_0}{2L} \quad (2), \quad \Delta p = \lambda_2 \frac{L \rho v^2}{2r_0} \quad \text{より} \quad \therefore \tau_w = \frac{\lambda_2 \rho v^2}{8}, \quad u_* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad \text{より} \quad \therefore \frac{u_*}{v} = \sqrt{\frac{\lambda_2}{8}}$

問8 $\lambda_2 = 0.3164 Re^{-1/4} = 0.3164 \left(\frac{2\rho v r_0}{\mu} \right)^{-1/4}$

$$h_f = 0.3164 \left(\frac{2\rho v r_0}{\mu} \right)^{-1/4} \frac{L}{2r_0} \frac{v^2}{2g} = 0.3164 \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^{-1/4} \frac{L v^2}{4g r_0^{5/4}} = 0.3164 \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^{-1/4} L \left(\frac{Q}{\pi r_0^2} \right)^{7/4} \frac{1}{4g r_0^{5/4}}$$

$$= 0.3164 \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^{-1/4} \frac{L \left(\frac{Q}{\pi} \right)^{7/4}}{4g} r_0^{-19/4} \quad \therefore \lambda_2 \propto r_0^{-19/4}$$

したがって, λ_2 は半径 r_0 の $-19/4$ に比例する。

専攻名 フロンティア工学専攻(一般選抜)

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ③流れ学

問9 与式より $u = u_{\max} r_0^{-\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}}$,

環状の微小面積 $dA = 2\pi(r_0 - y)dy$ を通過する体積流量は $dQ = u \cdot dA$ なので

$$Q = \int dQ = \int u \cdot dA = 2\pi u_{\max} r_0^{-\frac{1}{n}} \int_0^{r_0} (r_0 - y) y^{\frac{1}{n}} dy = 2\pi r_0^2 u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

これより平均流速 v は

$$v = \frac{Q}{\pi r_0^2} = 2u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

$$\therefore \frac{v}{u_{\max}} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad (6)$$

問10 式(6)の v に $u = u_{\max} r_0^{-1/n} y^{1/n}$ を代入すると,

$$\frac{u_{\max} r_0^{-1/n} y^{1/n}}{u_{\max}} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}, \quad \therefore y = \left\{ \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \right\}^n r_0$$

解 答 例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ③流れ学

II 図2に示すような大きなタンクに水が入っている。水面から深さ H のタンク右側壁に直径 d の滑らかな円形ノズルが設置されており、水平方向に水が流出している。ただし、タンクは大気圧が P_a の空気中であり、水面の高さ H は変化しないものとする。また、空気の密度は水の密度 ρ に比べて無視できる程小さく、重力加速度を g とする。非圧縮性、非粘性の定常流れを考えて、以下の設問に答えなさい。

問1 タンク水面から深さ H の静止した水中の点Aにおける絶対圧力 P_2 とゲージ圧力 P_G を図中の記号で表しなさい。

$$\text{絶対圧力 } P_2 = P_a + \rho g H, \quad \text{ゲージ圧力 } P_G = \rho g H$$

問2 タンクの水面（点①）から円形ノズル出口（点②）への同一流線上において、ベルヌーイの式を書きなさい。ただし、点①における高さを Z_1 、流速を V_1 、圧力を P_1 、点②における高さを Z_2 、流速を V_2 、圧力を P_2 とする。なお、円形ノズルから水が噴出する際の損失はないものとする。

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

問3 円形ノズルから噴出する水の流速 V_2 を図中の記号で表しなさい。

タンクが大気中になるので、 $P_1 = P_2 = P_a$

水面の高さが変化しないので、 $V_1 = 0$

$$H = Z_1 - Z_2 \quad \therefore Z_1 = H + Z_2$$

問2のベルヌーイの式に代入すると

$$\frac{P_a}{\rho g} + \frac{0^2}{2g} + (H + Z_2) = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$V_2 = \sqrt{2gH}$$

問4 円形ノズルから噴出する水の体積流量 Q を図中の記号で表しなさい。

$$\text{体積流量 } Q = V_2 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2 \sqrt{2gH}}{4} \quad (\text{質量流量 } Q_m = \rho V_2 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\rho \pi d^2 \sqrt{2gH}}{4})$$

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ③流れ学

問5 円形ノズルから噴出した水が、頂角 2θ の円錐に衝突する。円錐が受ける水平方向の力の大きさ F を図中の記号で表しなさい。なお、水噴流は空気中で広がることなく円錐に衝突し、空気や壁面との摩擦および重力の影響を無視できるとする。

円錐まわりを囲む検査体積に流入・流出する流体の水平方向の運動量の差から作用する力を求める。

$$\begin{aligned}
 F &= \rho QV_2 - \rho QV_2 \cos \theta = \rho QV_2(1 - \cos \theta) = \rho \frac{\pi d^2 \sqrt{2gH}}{4} V(1 - \cos \theta) = \rho \frac{\pi d^2 \sqrt{2gH}}{4} \sqrt{2gH}(1 - \cos \theta) \\
 &= \frac{\pi \rho d^2 gH}{2} (1 - \cos \theta)
 \end{aligned}$$

問6 円形ノズル出口直径を $d/2$ に小さくした場合、噴出する水によって円錐が受ける力の大きさ F' は、問5の何倍になるか答えなさい。

問5より、円錐が受ける力は、円形ノズル出口直径の2乗に比例する。従って、円形ノズルの直径は $1/2$ になると、受ける力は $1/4$ になる。

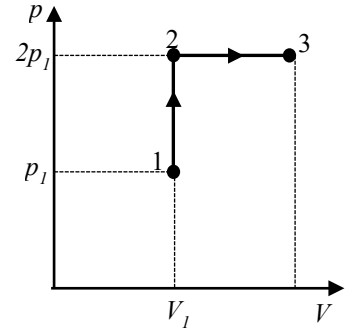
解答例

専攻名 フロンティア工学専攻(一般選抜)

試験科目名 専門科目 (a)機械工学系 ④熱力学

I

問1 右図のとおり。



問2 状態1から2は等積変化であるから、

$$T_2 = T_1 \times \left(\frac{p_2}{p_1}\right) = T_1 \times \left(\frac{2p_1}{p_1}\right) = 2T_1$$

問3 気体の質量を $m = (p_1 V_1)/(RT_1)$ 、等積比熱を $c_v = R/(\kappa - 1)$ を用いれば、

$$Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{R}{\kappa - 1}\right) (2T_1 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1}$$

問4 状態2から3は等圧変化であるから、等圧比熱を $c_p = \kappa R/(\kappa - 1)$ を用いて、

$$Q_{23} = mc_p(T_3 - T_2) = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{\kappa R}{\kappa - 1}\right) (T_3 - T_2) = \left(\frac{p_1 V_1}{T_1}\right) \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1}\right) (T_3 - 2T_1)$$

$$\begin{aligned} \therefore T_3 &= Q_{23} \times \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right) \left(\frac{T_1}{p_1 V_1}\right) + 2T_1 = 2\kappa \times Q_{12} \times \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right) \left(\frac{T_1}{p_1 V_1}\right) + 2T_1 = 2\kappa \times \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right) \left(\frac{T_1}{p_1 V_1}\right) + 2T_1 \\ &= 2T_1 + 2T_1 = 4T_1 \end{aligned}$$

問5 状態3における状態方程式から

$$V_3 = \frac{m RT_3}{p_3} = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{R \times 4T_1}{2p_1}\right) = 2V_1$$

したがって、気体がした仕事 L は、 $L = L_{12} + L_{13} = 0 + p_2(V_3 - V_2) = 2p_1(2V_1 - V_1) = 2p_1 V_1$

問6 理想気体のエントロピー変化量は変化前後の T と p の値から得られるので、

$$\Delta S = m \left\{ c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_3}{p_1}\right) \right\} = mR \left\{ \frac{\kappa}{\kappa - 1} \ln 4 - \ln 2 \right\} = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) R \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} - 1\right) \ln 2 = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left(\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}\right) \ln 2$$

問7 状態3の内部エネルギー、エントロピー、体積を各々 U_3, S_3, V_3 とし、状態1を U_1, S_1, V_1 とすると、エクセルギー E は、

$$\begin{aligned} E &= (U_3 - U_1) - T_1(S_3 - S_1) + p_1(V_3 - V_1) = mc_v(T_3 - T_1) - T_1(\Delta S_{12} + \Delta S_{23}) + p_1(2V_1 - V_1) \\ &= \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{R}{\kappa - 1}\right) (4T_1 - T_1) - T_1 \times \frac{(\kappa + 1)\ln 2}{(\kappa - 1)T_1} \times p_1 V_1 + p_1 V_1 = \frac{3}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 - \frac{(\kappa + 1)\ln 2}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 + p_1 V_1 \\ &= \frac{\kappa + 2}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 - \frac{(\kappa + 1)\ln 2}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 = \frac{1}{\kappa - 1} \{ \kappa + 2 - (\kappa + 1)\ln 2 \} \times p_1 V_1 \end{aligned}$$

解答例

専攻名	フロンティア工学専攻(一般選抜)
試験科目名	専門科目 (a)機械工学系 ④熱力学

II

問1 記号の添え字を温度 [°C], 飽和水を「'」, 飽和蒸気を「''」, 冷却前後を状態 1, 2 として表記する.

(1) 冷却前後で比体積は変化しないので, 以下の式が成り立つ.

$$v_1 = v''_{100} = (1-x)v'_{60} + xv''_{60}$$

乾き度について求めれば,

$$x = \frac{v''_{100} - v'_{60}}{v''_{60} - v'_{60}} = \frac{1.6719 - 0.0010171}{7.6677 - 0.0010171} = 0.21794$$

(2) 冷却前後の比エンタルピーは, それぞれ,

$$h_1 = h''_{100}, \quad h_2 = (1-x)h'_{60} + xh''_{60}$$

エンタルピー変化量は, 湿り蒸気の質量 $m (= V/v_1)$ を用いて,

$$\Delta H = m(h_2 - h_1) = \frac{V}{v_1}(h_2 - h_1) = \frac{V}{v''_{100}} [(1-x)h'_{60} + xh''_{60} - h''_{100}] = -57.1 \text{ kJ}$$

(3) 体積変化がないので絶対仕事 L は 0 である. また, 系の内部エネルギーを U とすれば, エンタルピーは $H = U + pV$ で表すことができるので, 系が受ける熱量はエネルギー保存則より,

$$Q = \Delta U + L = \Delta H - \Delta(pV) + 0 = \Delta H - V(p_{60} - p_{100}) = -53.1 \text{ kJ}$$

∴ 放熱は 53.1 kJ

問2 比ギブス自由エネルギーおよび比エンタルピーの定義式, $g = h - Ts$ および $h = u + pv$ から,

$$\textcircled{1} \quad sdT \quad \textcircled{2} \quad vdp$$

問3 95°Cにおける容器内は湿り蒸気であるため, 95°Cの飽和圧力を求めればよい. 100°Cにおける飽和水を α , 飽和蒸気を β として, Clausius-Clapeyron の式に数値を代入すれば,

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s_\beta - s_\alpha}{v_\beta - v_\alpha} = \frac{s''_{100} - s'_{100}}{v''_{100} - v'_{100}} = \frac{7.3541 - 1.307}{1.6719 - 0.0010435} = 3.619 \text{ kPa/K}$$

$\Delta T = -5 \text{ K}$ とすれば, 95°Cの飽和圧力は,

$$p_{95} = \Delta T \frac{dp}{dT} + p_{100} = 83.3 \text{ kPa}$$

なお, 表1の飽和圧力を線形補完すると 91.2 kPa となり誤差が生じる.

別解 Clausius-Clapeyron の式の比エンタルピーの式, または, その積分式から, それぞれ,

$$\frac{p_{95} - p_{100}}{\Delta T} = \frac{h''_{100} - h'_{100}}{[373.15(v''_{100} - v'_{100})]}$$

$$p_{95} - p_{100} = \frac{h''_{100} - h'_{100}}{v''_{100} - v'_{100}} \ln\left(\frac{368.15}{373.15}\right)$$

として求めても, ほぼ同値を得ることができる.

令和7年度（10月期入学）及び令和8年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解答例

専攻名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目 (b)化学工学系 ①プロセス工学量論（化学工学量論，単位操作）

I

問1

(1)	(2)	(3)
$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

問2

(1) 空気の割合は $3/4=75\%$ であり，その 20% が酸素であるので，

$$0.75 \times 0.2 = 0.15 \text{ より } 15\%$$

(2) $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 3\text{O}_2 \longrightarrow 3\text{H}_2\text{O} + 2\text{CO}_2$

(3) 化学反応式より酸素は3モル， H_2O は3モル， CO_2 は2モルである。

(4) 窒素は反応に関与しないので，1モルのエタノールに対して，3モルの空気が存在し，そのうち 80% が窒素であるので，2.4モル存在する。酸素は0.6モルである。

物質収支

	エタノール	酸素	窒素	H_2O	CO_2
入口	1	0.6	2.4	0	0
出口	$1 - 0.2 \times 1 = 0.8$	$0.6 - 0.2 \times 3 = 0$	2.4	$0.2 \times 3 = 1.2$	$0.2 \times 2 = 0.4$

$$\text{合計 } 0.8 + 0 + 2.4 + 1.2 + 0.4 = 4.8 \text{ mol}$$

$$0.4 / 4.8 = 8.3 \text{ mol}\%$$

問3

ア	イ	ウ
$\alpha_{12} = \frac{y_1/x_1}{y_2/x_2} = \frac{0.6/0.3}{(1-0.6)/(1-0.3)} = 3.5$	共沸	予熱
エ	オ	カ
定率乾燥	減率乾燥	湿球
A		
多い		

解答例

専攻名	フロンティア工学専攻(一般選抜)
試験科目名	専門科目 (b)化学工学系 ②移動現象論(流体工学, 伝熱工学)

I

問1

式(I.1)の運動量収支式を改めて書くと,

$$(\rho W \Delta y v_x^2)|_{x=0} - (\rho W \Delta y v_x^2)|_{x=L} + (LW \tau_{yx})|_y - (LW \tau_{yx})|_{y+\Delta y} + \rho LW \Delta y g = 0$$

である。 $v_x|_{x=0} = v_x|_{x=L}$ から, 左辺第一項と左辺第二項はキャンセルする。両辺を $LW \Delta y$ で割って $\Delta y \rightarrow 0$ とすると,

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\tau_{yx}|_{y+\Delta y} - \tau_{yx}|_y}{\Delta y} = \rho g \rightarrow \frac{d\tau_{yx}}{dy} = \rho g$$

となる。

問2

式(I.2)の両辺を積分すると, $\tau_{yx} = \rho g y + C_1$ (C_1 は積分定数)である。ここで, $y = 0$ におけるせん断応力の境界条件 ($\tau_{yx} = 0$) を用いると, $C_1 = 0$ となる。さらに, 式(I.3)のNewtonの粘性法則を用いれば,

$$-\mu \frac{dv_x}{dy} = \rho g y$$

となる。この式の両辺を積分して,

$$v_x = -\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + C_2$$

である。ただし, C_2 は積分定数である。 $y = a$ における速度の x 成分の境界条件 ($v_x = 0$) を用いて,

$$v_x = \frac{\rho g a^2}{2\mu} \left[1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]$$

となる。

問3

$$Q = \int_0^a W v_x dy = \frac{\rho g W a^2}{2\mu} \int_0^a \left[1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] dy = \frac{\rho g W a^3}{3\mu}$$

解答例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (b)化学工学系
②移動現象論（流体工学，伝熱工学）

II

問1 熱伝導率 k は一定の下で式(II.1)を積分すると、球殻内の温度分布は次式で示される。

$$T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

C_1 と C_2 は積分定数で、球殻の内側（ $r = r_1$ ）の表面温度が T_1 、球殻の外側（ $r = r_2$ ）の表面温度が T_2 、という2つの境界条件から、以下のように示される。

$$C_1 = -\frac{T_1 - T_2}{1/r_1 - 1/r_2}$$

$$C_2 = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{r_1(1/r_1 - 1/r_2)}$$

以上より、球殻内の温度分布 $T(r)$ は次式で表される。

$$T(r) = T_1 - \frac{(1/r_1 - 1/r)}{(1/r_1 - 1/r_2)}(T_1 - T_2)$$

問2 球殻を通過する伝熱量 \dot{Q} は、次式より求められる。

$$\dot{Q} = -4\pi r^2 k \left. \frac{dT}{dr} \right|_r$$

ここで、問1で求めた球殻内の温度分布 $T(r)$ を用いれば

$$\dot{Q} = \frac{4\pi k(T_1 - T_2)}{1/r_1 - 1/r_2}$$

となり、 \dot{Q} は半径 r によらず一定となる。

問3 問2で求めた伝熱量の式より、球殻内の熱抵抗 R は次式で表される。

$$R = \frac{1}{4\pi k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

一方、球殻内側の高温流体の熱抵抗 R_h と球殻内側の低温流体の熱抵抗 R_c はそれぞれ

$$R_h = \frac{1}{4\pi r_1^2 h_h}, \quad R_c = \frac{1}{4\pi r_2^2 h_c}$$

であるため、総括熱抵抗 R_{total} は3つの熱抵抗の和となる。

$$R_{\text{total}} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1^2 h_h} + \frac{1}{k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{r_2^2 h_c} \right]$$

解 答 例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (b)化学工学系 ③化学反応速度論・反応工学

I

問1 (1)

$$-\frac{d[A]}{dt} = k[A]^2 \text{ より, } \frac{d[A]}{[A]^2} = -kdt$$

$$\int_{[A]_0}^{[A]} \frac{1}{[A]^2} d[A] = \int_0^t -kdt \quad \text{したがって} \quad \frac{1}{[A]} - \frac{1}{[A]_0} = kt$$

(2)

(1)の式に数値を代入すると、 $\frac{1}{0.25} - \frac{1}{1.00} = k \times 60$ したがって $k = 5.0 \times 10^{-2} \text{ L mol}^{-1} \text{ min}^{-1}$

$[A] = \frac{1}{2}[A]_0$ を代入すると $\frac{1}{[A]_0} = kt_{1/2}$, したがって $t_{1/2} = \frac{1}{k[A]_0} = 20 \text{ min}$

問2 (1)

両辺の対数をとると $\ln k_1 = \ln A - \frac{E_a}{RT_1}$, $\ln k_2 = \ln A - \frac{E_a}{RT_2}$ となることから,

$$\ln k_2 - \ln k_1 = \frac{E_a}{RT_1} - \frac{E_a}{RT_2}$$

$$\ln \left(\frac{k_2}{k_1} \right) = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

(2)

27 °C, 47 °C を絶対温度 300 K, 320 K に換算し, (2)式に各数値を代入すると

$$\ln \left(\frac{7.4 \times 10^{-3}}{2.0 \times 10^{-3}} \right) = \frac{E_a}{8.314} \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{320} \right)$$

$$E_a = 52,300 \text{ J mol}^{-1} \text{ または } 52 \text{ kJ mol}^{-1}$$

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (b)化学工学系 ③化学反応速度論・反応工学

II

問1 まず、反応に要する時間を求める。

定容系であるため、反応速度に関連する成分（限定反応成分）の濃度を反応率 x_A で表すと、

$$C_A = C_{A0}(1 - x_A) \quad (\text{i})$$

(i)式を反応速度式に代入して、反応速度式を反応率 x_A で表すと、

$$-r_A = kC_A = kC_{A0}(1 - x_A) \quad (\text{ii})$$

(ii)式を回分反応器の設計方程式に代入して、

$$t = C_{A0} \int_0^{x_A} \frac{dx_A}{kC_{A0}(1 - x_A)} = \frac{1}{k} [-\ln(1 - x_A)]_0^{x_A} \quad (\text{iii})$$

$$t = -\frac{\ln(1 - x_A)}{k} \quad (\text{iv})$$

反応速度定数 $1.50 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ と反応率 0.850 を(iv)に代入して反応時間を求めると、

$$t = -\frac{\ln(1 - 0.850)}{1.50 \times 10^{-4}} = 1.26 \times 10^4 \text{ [s]} = 3.51 \text{ [h]} \quad (\text{v})$$

原料の仕込み（30 min = 0.500 h）、生成物の取り出しと反応器の洗浄（45 min = 0.75 h）を含めて、1サイクルの工程に要する時間 t_{cycle} は、

$$t_{\text{cycle}} = 0.500 + 3.51 + 0.75 = 4.76 \text{ [h]} \quad (\text{vi})$$

問2 反応器体積を $V \text{ [m}^3\text{]}$ として、1サイクルの生産で得られる B の物質量を求める。

原料は A のみで初期濃度は $2.50 \times 10^4 \text{ mol m}^{-3}$ 、反応率 85.0%より、反応終了時の B の濃度 C_B は、

$$C_B = (2.50 \times 10^4)(3 \times 0.850) = 6.38 \times 10^4 \text{ [mol m}^{-3}\text{]} \quad (\text{vii})$$

よって、1サイクルで得られる B の物質量は、 $6.38 \times 10^4 V \text{ [mol]}$ となる。

これを問1で求めた1サイクルに要する時間 4.76 h で割れば B の生産速度が得られる。

この値が $5.00 \times 10^4 \text{ mol h}^{-1}$ となるのに必要な反応体積 V は、次式を V について解くことで得られる。

$$\frac{6.38 \times 10^4 V}{4.76} = 5.00 \times 10^4$$

よって必要な反応体積 V は、

$$V = 3.73 \text{ m}^3$$

解答例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (b)化学工学系
④化学工学熱力学・物理化学

I

以下の問1～問2に答えなさい。

問1

(1) 完全気体の状態方程式より、

$$p_A = \frac{RT_0}{V_0}$$

(2) (1)と同様に、

$$p_B = \frac{RT_1}{V_0}$$

(3) 気体がした仕事はゼロであるので、受け取った熱量は内部エネルギー変化に等しい。

$$Q_{A \rightarrow B} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_0)$$

(4) 状態Cでの圧力は p_A に等しいので、

$$V_C = \frac{RT_1}{p_A} = \frac{T_1}{T_0}V_0$$

(5) 温度 T_1 の等温過程なので、気体が受け取った熱量は外界にした仕事に等しい。

$$Q_{B \rightarrow C} = W_{B \rightarrow C} = RT_1 \int_{V_0}^{V_C} \frac{dV}{V} = RT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_0}\right) = RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$$

(6) C→Aの過程で、気体がした仕事は

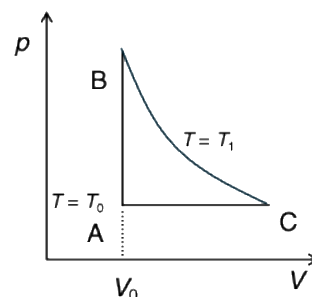
$$W_{C \rightarrow A} = p_A(V_0 - V_C) = RT_0 \left(1 - \frac{T_1}{T_0}\right) = R(T_0 - T_1)$$

C→Aの過程での内部エネルギー変化は、

$$\frac{3}{2}R(T_0 - T_1)$$

なので、C→Aの過程で放出した熱量は、

$$Q_{C \rightarrow A} = \frac{5}{2}R(T_1 - T_0)$$



令和7年度（10月期入学）及び令和8年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (b)化学工学系
 ④化学工学熱力学・物理化学

したがって、熱効率は、

$$\eta = 1 - \frac{Q_{C \rightarrow A}}{Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow C}} = 1 - \frac{\frac{5}{2}R(T_1 - T_0)}{\frac{3}{2}R(T_1 - T_0) + RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)} = \frac{-R(T_1 - T_0) + RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)}{\frac{3}{2}R(T_1 - T_0) + RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)}$$

問2

(1) $\Delta_r G^\circ = 2 \times 1.70 - (0 + 19.3) = -15.9 \text{ kJ mol}^{-1}$

(2) 平衡定数は、

$$K = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right) = \exp\left(\frac{15.9 \times 10^3}{8.31 \times 298}\right) = e^{6.42} = 614$$

専攻名 フロンティア工学専攻(一般選抜)

試験科目名 専門科目 (b)化学工学系
④化学工学熱力学・物理化学

II

問1 プランク分布を全周波数領域で積分すると,

$$E(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{y^3}{e^y - 1} dy = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\pi^4}{15} = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3} T^4$$

であるので, 全エネルギーは T^4 に比例し, 比例定数は,

$$\frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3}$$

である。

問2 放射される電磁波の全エネルギーは, T^4 に比例するので,

$$\frac{E(200^\circ\text{C})}{E(100^\circ\text{C})} = \left(\frac{473.15}{373.15}\right)^4 = 2.585$$

であるので, 2.59 倍となる。

解 答 例

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (c)電子情報工学系 ①電気回路

I

問1

$$E = L \frac{di_{R1}(t)}{dt} + Ri_{R1}(t)$$

問2

$$i_{R1}(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) [A]$$

問3

$$i_{R1}(t) = \frac{E}{R} [A]$$

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (c)電子情報工学系 ①電気回路

II

問1

$$I = j|I| \text{ [A]}$$

問2

$$I_{R2} = -\frac{\omega L|I|}{R + j\omega L} \text{ [A]}$$

問3

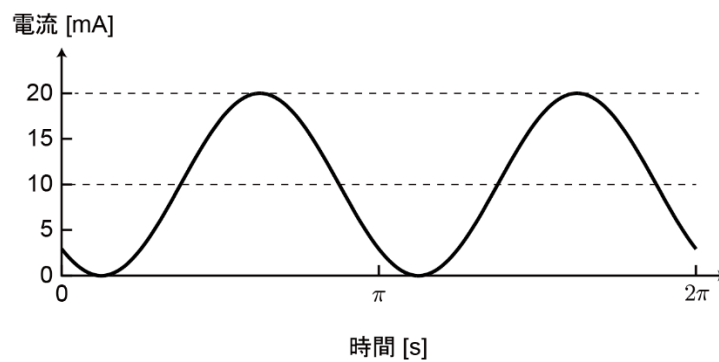
$$i_{R2}(t) = -\frac{\sqrt{2}\omega L|I|}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\right) \text{ [A]}$$

問4

$$i_{R3}(t) = \frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2}\omega L|I|}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\right) \text{ [A]}$$

問5

$$i_{R3}(t) = \frac{1}{100} - \frac{1}{100} \sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ [A]}$$



問6

$$I_{\text{rms}} = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ [A]}$$

$$I_{\text{ave}} = 0.01 \text{ [A]} = 10 \text{ [mA]}$$

専攻名 フロンティア工学専攻（一般選抜）

試験科目名 専門科目 (c)電子情報工学系 ②電子回路

I

問1 図1より、以下の回路方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} v_i &= R_1 i_1 + R_2 i_2 \\ v_i &= \left(\frac{1}{j\omega C} + R_2 \right) i_2 = \frac{1 + j\omega C R_2}{j\omega C} i_2 \\ R_2 i_2 &= v_o \\ i &= i_1 + i_2 \end{aligned}$$

上式を解いて、 v_o は次式となる。

$$v_o = \frac{j\omega C R_2}{1 + j\omega C R_2} v_i$$

問2 問1で求めた回路方程式より

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{v_o}{R_2} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega C R_2} v_i \\ i_1 &= \frac{v_i - R_2 i_2}{R_1} = \frac{v_i}{R_1} \frac{1}{1 + j\omega C R_2} \\ i &= i_1 + i_2 = \frac{v_i}{R_1} \frac{1 + j\omega C R_1}{1 + j\omega C R_2} \end{aligned}$$

上記第3式より、 Z_{in} は次式となる。

$$Z_{in1} = \frac{v_i}{i} = R_1 \frac{1 + j\omega C R_2}{1 + j\omega C R_1} = R_1 \frac{1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2 + j\omega C (R_2 - R_1)}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2}$$

したがって、 a と b はそれぞれ次式となる。

$$\begin{aligned} a &= R_1 \frac{1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \\ b &= \frac{\omega C R_1 (R_2 - R_1)}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \end{aligned}$$

問3 $R_1 \ll R_2$ 、かつ、 $\omega C R_1 \ll 1$ であるから、 a と b は次式と近似できる。

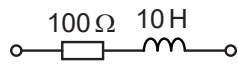
$$\begin{aligned} a &\approx R_1 (1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2) \\ b &\approx \omega C R_1 (R_2 - R_1) \approx \omega C R_1 R_2 \end{aligned}$$

上式の a が角周波数 ω に依存しないと近似するためには、 a の第1項 \gg 第2項であれば良い。すなわち、 $\omega^2 C^2 R_1 R_2 \ll 1$ であれば良い。また、 $R_1 \ll R_2$ より $\omega^2 C^2 R_1^2 \ll \omega^2 C^2 R_1 R_2 \ll 1$ である。よって、求める条件と Z_{in1} の近似式は次式となる。

$$\begin{aligned} \omega &\ll \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}} \\ Z_{in1} &\approx R_1 + j\omega C R_1 R_2 \end{aligned}$$

問4 数値を代入して, $Z_{in1} = 100 + j\omega 10 \Omega$ となる。

問5 Z_{in1} を実現する受動回路と素子値は, 下図のとおりである。



問6 2つのオペアンプに対してイマジナリーショートを考慮すると, $v_A = v_i$, $v_B = v_i$ となる。

問7 図2より, 以下の回路方程式が成り立つ。

$$v_i = R_1 i + R_1 i_1 + v_A$$

$$v_A = R_2 i_1 + \frac{i_2}{j\omega C} + v_B$$

$$v_B = R_1 i_2$$

$$v_A = v_i$$

$$v_B = v_i$$

上式を解いて, $Z_{in2} = j\omega C R_1 R_2$ となる。

問8 数値を代入して, $Z_{in2} = j\omega 100 \Omega$ となる。

専攻名 フロンティア工学専攻(一般選抜)

試験科目名 専門科目(c)電子情報工学系③論理回路

I

問1 図1の通り。

問2 状態 $Q_{n(1)}Q_{n(0)}$ は $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 00 \rightarrow \dots$ の順に遷移する。

問3 グレイ符号, または, 交番二進符号。

問4 カルノー図を用いた簡単化を行う。図2より, 下記を得る。

$$Q_{n+1(1)} = \bar{x}Q_{n(0)} + x\bar{Q}_{n(0)} = x \oplus Q_{n(0)}$$

$$Q_{n+1(0)} = \bar{x}\bar{Q}_{n(1)} + xQ_{n(1)} = \overline{x \oplus Q_{n(1)}}$$

$$z = \bar{x}\bar{Q}_{n(0)}Q_{n(1)} + xQ_{n(0)}\bar{Q}_{n(1)}$$

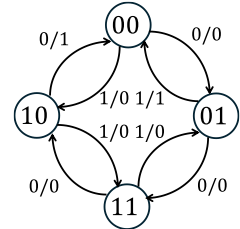


図1. 状態遷移図

$Q_{n(1)}$	$Q_{n(0)} \setminus x$	0	1
0	0		1
0	1	1	
1	1	1	
1	0		1

図2(a) $Q_{n+1(1)}$ のカルノー図

$Q_{n(1)}$	$Q_{n(0)} \setminus x$	0	1
0	0	1	
0	1	1	
1	1		1
1	0		1

図2(b) $Q_{n+1(0)}$ のカルノー図

$Q_{n(1)}$	$Q_{n(0)} \setminus x$	0	1
0	0		
0	1		1
1	1		
1	0	1	

図2(c) z のカルノー図

問5 問3の論理式を回路にすると, 図3の回路を得る。

問6 図4の通り。

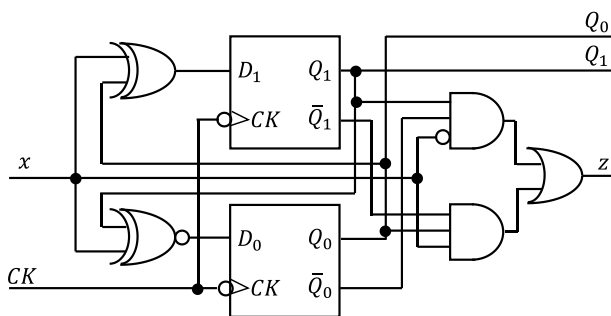


図3. 回路図

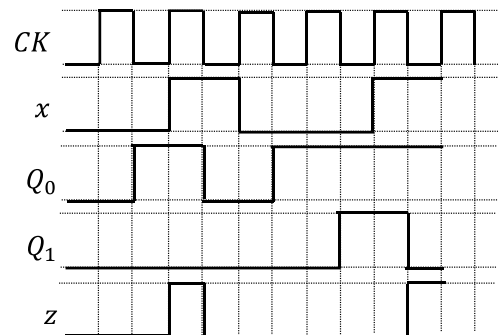


図4. タイミング図

II

問1 任意の符号間のハミング距離が3以上になるように符号を構成する。1ビットの誤りが発生した際に, ハミング距離が最も近い符号を選択することで, 誤りを訂正できる。

問2 下記など。

$$\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

問3 $F = AB + CD$