

令和7年度(10月期入学)及び令和8年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解答例

専攻名 機械科学専攻(一般選抜, 出身学部等限定特別選抜)

試験科目名 専門科目
 ①材料力学-I

問1

$$\sigma_{ab} = \frac{R_1}{A} \quad \sigma_{bc} = \frac{R_1 - P}{\alpha A} \quad \sigma_{cd} = \frac{R_1 - (k+1)P}{\beta A}$$

問2

$$\Delta l_{ab} = \frac{R_1 l}{AE} \quad \Delta l_{bc} = \frac{(R_1 - P)l}{\alpha AE} \quad \Delta l_{cd} = \frac{\{R_1 - (k+1)P\}l}{\beta AE}$$

問3

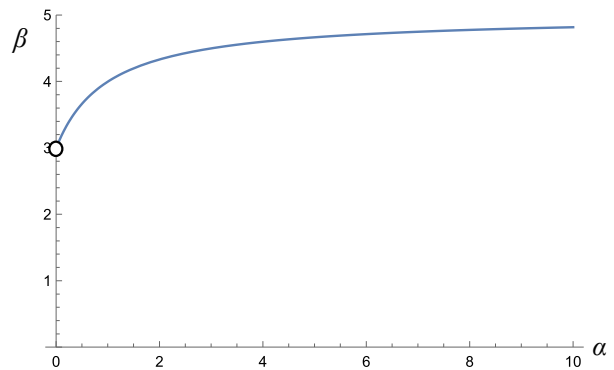
$$R_1 = \frac{\alpha(k+1) + \beta}{\alpha + \alpha\beta + \beta} P \quad R_2 = \frac{\alpha\beta(k+1) + k\beta}{\alpha + \alpha\beta + \beta} P$$

問4

$$\beta = \frac{5\alpha + 3}{\alpha + 1} = 5 - \frac{2}{\alpha + 1}$$

$\alpha = 1.5$ のとき,

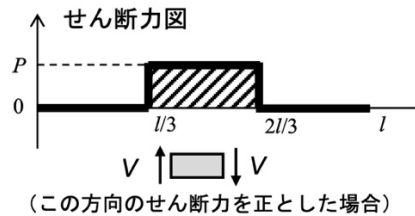
$$\beta = \frac{21}{5} = 4.2$$



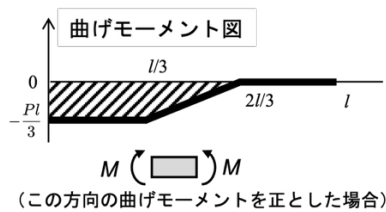
専攻名 機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）

試験科目名 専門科目
 ①材料力学－II

問1



問2



問3

$$Z = \frac{5ab^2}{32}$$

問4

$$w = \frac{10Pl^3}{81EI}$$

(下向き)

問5

$$w_R = \frac{1}{3EI} \left(\frac{10}{27} P - R \right) l^3$$

(下向き)

問6

下向きに R/k ほど変位する.

問7

$$R = \frac{10Pl^3}{27 \left(l^3 + \frac{3EI}{k} \right)}$$

問8

曲げモーメントの大きさが最大となるのは，壁から $2l/3$ の場所でその大きさは $10Pl/81$.

令和7年度（10月期入学）及び令和8年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専攻名 機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）

試験科目名 専門科目
②振動工学-I

I

問1

$\tan\theta = \frac{x}{a}$ より， $a = \frac{x}{\tan\theta}$ ．いま θ は十分に小さいので， $\tan\theta \approx \theta$ とすれば，

$$a = \frac{x}{\theta} = \frac{Pl^3/3EL}{Pl^2/2EL} = \frac{2}{3}l$$

問2

$$K = \frac{P}{x} = \frac{P}{Pl^3/3EI} = \frac{3EI}{l^3}$$

問3

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{K}{m} - \frac{g}{a} \right) \theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{g}{a}}$$

問4

$$\frac{K}{m} - \frac{g}{a} \leq 0 \text{ より， } mg \geq aK$$

解 答 例

専攻名 機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）

試験科目名 専門科目
②振動工学－Ⅱ

Ⅱ

問1

$$\frac{1}{2}m_1L^2\dot{\theta}^2$$

問2

$$\frac{1}{2}m_2\dot{x}^2$$

問3

$$\frac{1}{2}k(x - L\theta)^2 + m_1gL(1 - \cos\theta)$$

問4

$$\sqrt{\frac{m_1g}{(m_1 + m_2)L}}$$

問5

$$m_1L\ddot{\theta} + (m_1g + kL)\theta - kx = 0$$

問6

$$m_2\ddot{x} + k(x - L\theta) = 0$$

解答例

専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ③流れ学-I（1/2）

問1 $Q = \pi r_0^2 v$

問2 $Re = \frac{2\rho v r_0}{\mu} < 2300, \quad \therefore v < \frac{1150\mu}{\rho r_0}$

問3 $h_f = \lambda_1 \frac{L}{2r_0} \frac{v^2}{2g}, \quad \rho g h_f = \Delta p = \lambda_1 \frac{L \rho v^2}{4r_0}$

問4 $Q = \pi r_0^2 v = \frac{\pi r_0^4 \Delta p}{8\mu L}, \quad \Delta p = \lambda_1 \frac{L}{2r_0} \frac{\rho v^2}{2}, \quad \Delta p$ を消去し， λ_1 について整理すると $\lambda_1 = \frac{32\mu}{\rho v r_0} = \frac{64}{Re}$

問5 $\Delta p = \rho g h, \quad \therefore h = \frac{\Delta p}{\rho g}$

問6 $P = \Delta p Q \quad \left(= \frac{8L\mu v}{r_0^2} \pi r_0^2 v = 8\pi L\mu v^2 \right)$

問7 $\tau_w = \frac{\Delta p r_0}{2L} \quad (2), \quad \Delta p = \lambda_2 \frac{L}{2r_0} \frac{\rho v^2}{2} \text{ より } \therefore \tau_w = \frac{\lambda_2 \rho v^2}{8}, \quad u_* = \sqrt{\tau_w / \rho} \text{ より } \therefore \frac{u_*}{v} = \sqrt{\frac{\lambda_2}{8}}$

問8 $\lambda_2 = 0.3164 Re^{-1/4} = 0.3164 \left(\frac{2\rho v r_0}{\mu} \right)^{-1/4}$

$$h_f = 0.3164 \left(\frac{2\rho v r_0}{\mu} \right)^{-1/4} \frac{L}{2r_0} \frac{v^2}{2g} = 0.3164 \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^{-1/4} \frac{L v^2}{4g r_0^{5/4}} = 0.3164 \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^{-1/4} L \frac{\left(\frac{Q}{\pi r_0^2} \right)^2}{4g r_0^{5/4}}$$

$$= 0.3164 \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^{-1/4} \frac{L \left(\frac{Q}{\pi} \right)^2}{4g} r_0^{-19/4} \quad \therefore \lambda_2 \propto r_0^{-19/4}$$

したがって， λ_2 は半径 r_0 の $-19/4$ に比例する。

専攻名 機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）

試験科目名 専門科目
 ③流れ学-I（2/2）

問9 与式より $u = u_{\max} r_0^{-\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}}$,

環状の微小面積 $dA = 2\pi(r_0 - y)dy$ を通過する体積流量は $dQ = u \cdot dA$ なので

$$Q = \int dQ = \int u \cdot dA = 2\pi u_{\max} r_0^{-\frac{1}{n}} \int_0^{r_0} (r_0 - y) y^{\frac{1}{n}} dy = 2\pi r_0^2 u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

これより平均流速 v は

$$v = \frac{Q}{\pi r_0^2} = 2u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

$$\therefore \frac{v}{u_{\max}} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad (6)$$

問10 式(6)の v に $u = u_{\max} r_0^{-1/n} y^{1/n}$ を代入すると，

$$\frac{u_{\max} r_0^{-1/n} y^{1/n}}{u_{\max}} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}, \quad \therefore y = \left\{ \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \right\}^n r_0$$

解答例

専攻名 機械科学専攻(一般選抜, 出身学部等限定特別選抜)

試験科目名 専門科目
③流れ学-Ⅱ(1/2)

Ⅱ 図2に示すような大きなタンクに水が入っている。水面から深さ H のタンク右側壁に直径 d の滑らかな円形ノズルが設置されており、水平方向に水が流出している。ただし、タンクは大気圧が P_a の空気中であり、水面の高さ H は変化しないものとする。また、空気の密度は水の密度 ρ に比べて無視できる程小さく、重力加速度を g とする。非圧縮性、非粘性の定常流れを考えて、以下の設問に答えなさい。

問1 タンク水面から深さ H の静止した水中の点Aにおける絶対圧力 P_Z とゲージ圧力 P_G を図中の記号で表しなさい。

$$\text{絶対圧力 } P_Z = P_a + \rho g H, \quad \text{ゲージ圧力 } P_G = \rho g H$$

問2 タンクの水面(点①)から円形ノズル出口(点②)への同一流線上において、ベルヌーイの式を書きなさい。ただし、点①における高さを Z_1 、流速を V_1 、圧力を P_1 、点②における高さを Z_2 、流速を V_2 、圧力を P_2 とする。なお、円形ノズルから水が噴出する際の損失はないものとする。

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

問3 円形ノズルから噴出する水の流速 V_2 を図中の記号で表しなさい。

$$\text{タンクが大気中になるので、} P_1 = P_2 = P_a$$

$$\text{水面の高さが変化しないので、} V_1 = 0$$

$$H = Z_1 - Z_2 \quad \therefore Z_1 = H + Z_2$$

問2のベルヌーイの式に代入すると

$$\frac{P_a}{\rho g} + \frac{0^2}{2g} + (H + Z_2) = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$V_2 = \sqrt{2gH}$$

問4 円形ノズルから噴出する水の体積流量 Q を図中の記号で表しなさい。

$$\text{体積流量 } Q = V_2 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2 \sqrt{2gH}}{4} \quad (\text{質量流量 } Q_m = \rho V_2 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\rho \pi d^2 \sqrt{2gH}}{4})$$

解 答 例

専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ③流れ学－Ⅱ（2／2）

問5 円形ノズルから噴出した水が，頂角 2θ の円錐に衝突する。円錐が受ける水平方向の力の大きさ F を図中の記号で表しなさい。なお，水噴流は空気中で広がることなく円錐に衝突し，空気や壁面との摩擦および重力の影響を無視できるとする。

円錐まわりを囲む検査体積に流入・流出する流体の水平方向の運動量の差から作用する力を求める。

$$\begin{aligned}
 F &= \rho QV_2 - \rho QV_2 \cos \theta = \rho QV_2(1 - \cos \theta) = \rho \frac{\pi d^2 \sqrt{2gH}}{4} V(1 - \cos \theta) = \rho \frac{\pi d^2 \sqrt{2gH}}{4} \sqrt{2gH}(1 - \cos \theta) \\
 &= \frac{\pi \rho d^2 gH}{2} (1 - \cos \theta)
 \end{aligned}$$

問6 円形ノズル出口直径を $d/2$ に小さくした場合，噴出する水によって円錐が受ける力の大きさ F' は，問5の何倍になるか答えなさい。

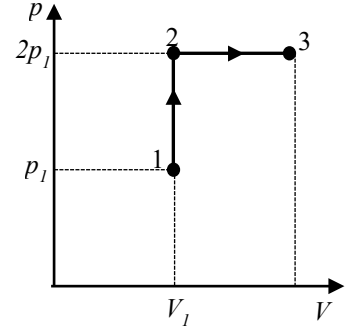
問5より，円錐が受ける力は，円形ノズル出口直径の2乗に比例する。従って，円形ノズルの直径は $1/2$ になると，受ける力は $1/4$ になる。

専攻名 機械科学専攻(一般選抜, 出身学部等限定特別選抜)

試験科目名 専門科目
④熱力学-I

I

問1 右図のとおり。



問2 状態1から2は等積変化であるから,

$$T_2 = T_1 \times \left(\frac{p_2}{p_1}\right) = T_1 \times \left(\frac{2p_1}{p_1}\right) = 2T_1$$

問3 気体の質量を $m = (p_1 V_1)/(RT_1)$, 等積比熱を $c_v = R/(\kappa - 1)$ を用いれば,

$$Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{R}{\kappa - 1}\right) (2T_1 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1}$$

問4 状態2から3は等圧変化であるから, 等圧比熱を $c_p = \kappa R/(\kappa - 1)$ を用いて,

$$Q_{23} = mc_p(T_3 - T_2) = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{\kappa R}{\kappa - 1}\right) (T_3 - T_2) = \left(\frac{p_1 V_1}{T_1}\right) \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1}\right) (T_3 - 2T_1)$$

$$\begin{aligned} \therefore T_3 &= Q_{23} \times \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right) \left(\frac{T_1}{p_1 V_1}\right) + 2T_1 = 2\kappa \times Q_{12} \times \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right) \left(\frac{T_1}{p_1 V_1}\right) + 2T_1 = 2\kappa \times \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right) \left(\frac{T_1}{p_1 V_1}\right) + 2T_1 \\ &= 2T_1 + 2T_1 = 4T_1 \end{aligned}$$

問5 状態3における状態方程式から

$$V_3 = \frac{m RT_3}{p_3} = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{R \times 4T_1}{2p_1}\right) = 2V_1$$

したがって, 気体がした仕事 L は, $L = L_{12} + L_{13} = 0 + p_2(V_3 - V_2) = 2p_1(2V_1 - V_1) = 2p_1 V_1$

問6 理想気体のエントロピー変化量は変化前後の T と p の値から得られるので,

$$\Delta S = m \left\{ c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_3}{p_1}\right) \right\} = mR \left\{ \frac{\kappa}{\kappa - 1} \ln 4 - \ln 2 \right\} = \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) R \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} - 1\right) \ln 2 = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left(\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}\right) \ln 2$$

問7 状態3の内部エネルギー, エントロピー, 体積を各々 U_3, S_3, V_3 とし, 状態1を U_1, S_1, V_1 とすると, エクセルギー E は,

$$\begin{aligned} E &= (U_3 - U_1) - T_1(S_3 - S_1) + p_1(V_3 - V_1) = mc_v(T_3 - T_1) - T_1(\Delta S_{12} + \Delta S_{23}) + p_1(2V_1 - V_1) \\ &= \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \left(\frac{R}{\kappa - 1}\right) (4T_1 - T_1) - T_1 \times \frac{(\kappa + 1)\ln 2}{(\kappa - 1)T_1} \times p_1 V_1 + p_1 V_1 = \frac{3}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 - \frac{(\kappa + 1)\ln 2}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 + p_1 V_1 \\ &= \frac{\kappa + 2}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 - \frac{(\kappa + 1)\ln 2}{\kappa - 1} \times p_1 V_1 = \frac{1}{\kappa - 1} \{ \kappa + 2 - (\kappa + 1)\ln 2 \} \times p_1 V_1 \end{aligned}$$

解答例

専攻名	機械科学専攻(一般選抜, 出身学部等限定特別選抜)
試験科目名	専門科目 ④熱力学-II

II

問1 記号の添え字を温度 [°C], 飽和水を「'」, 飽和蒸気を「''」, 冷却前後を状態 1, 2 として表記する.

(1) 冷却前後で比体積は変化しないので, 以下の式が成り立つ.

$$v_1 = v''_{100} = (1-x)v'_{60} + xv''_{60}$$

乾き度について求めれば,

$$x = \frac{v''_{100} - v'_{60}}{v''_{60} - v'_{60}} = \frac{1.6719 - 0.0010171}{7.6677 - 0.0010171} = 0.21794$$

(2) 冷却前後の比エンタルピーは, それぞれ,

$$h_1 = h''_{100}, \quad h_2 = (1-x)h'_{60} + xh''_{60}$$

エンタルピー変化量は, 湿り蒸気の質量 $m(=V/v_1)$ を用いて,

$$\Delta H = m(h_2 - h_1) = \frac{V}{v_1}(h_2 - h_1) = \frac{V}{v''_{100}}[(1-x)h'_{60} + xh''_{60} - h''_{100}] = -57.1 \text{ kJ}$$

(3) 体積変化がないので絶対仕事 L は 0 である. また, 系の内部エネルギーを U とすれば, エンタルピーは $H = U + pV$ で表すことができるので, 系が受ける熱量はエネルギー保存則より,

$$Q = \Delta U + L = \Delta H - \Delta(pV) + 0 = \Delta H - V(p_{60} - p_{100}) = -53.1 \text{ kJ}$$

∴ 放熱は 53.1 kJ

問2 比ギブス自由エネルギーおよび比エンタルピーの定義式, $g = h - Ts$ および $h = u + pv$ から,

$$\textcircled{1} \quad sdT \quad \textcircled{2} \quad vdp$$

問3 95°Cにおける容器内は湿り蒸気であるため, 95°Cの飽和圧力を求めればよい. 100°Cにおける飽和水を α , 飽和蒸気を β として, Clausius-Clapeyron の式に数値を代入すれば,

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s_\beta - s_\alpha}{v_\beta - v_\alpha} = \frac{s''_{100} - s'_{100}}{v''_{100} - v'_{100}} = \frac{7.3541 - 1.307}{1.6719 - 0.0010435} = 3.619 \text{ kPa/K}$$

$\Delta T = -5 \text{ K}$ とすれば, 95°Cの飽和圧力は,

$$p_{95} = \Delta T \frac{dp}{dT} + p_{100} = 83.3 \text{ kPa}$$

なお, 表1の飽和圧力を線形補完すると 91.2 kPa となり誤差が生じる.

別解 Clausius-Clapeyron の式の比エンタルピーの式, または, その積分式から, それぞれ,

$$\frac{p_{95} - p_{100}}{\Delta T} = \frac{h''_{100} - h'_{100}}{[373.15(v''_{100} - v'_{100})]}$$

$$p_{95} - p_{100} = \frac{h''_{100} - h'_{100}}{v''_{100} - v'_{100}} \ln\left(\frac{368.15}{373.15}\right)$$

として求めても, ほぼ同値を得ることができる.