

令和6年度（10月期入学）及び令和7年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ①材料力学－I

I

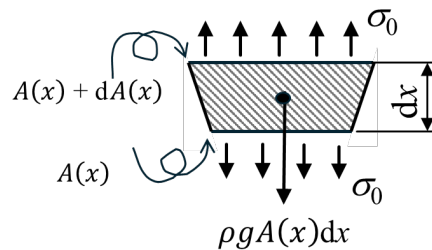
問1 $W(x) = \rho g A_0 x$

問2 $L_a = \frac{\sigma_a}{\rho g}$

問3 $W(x) = \frac{\rho g A(x)}{3} x$

問4 $\lambda_L = \int_0^L \frac{\rho g}{3E} x dx = \frac{\rho g}{6E} L^2$

問5



$$(A(x) + dA(x))\sigma_0 = A(x)\sigma_0 + \boxed{\rho g A(x)} dx$$

問6 $\frac{\boxed{dA(x)}}{A(x)} = \frac{\rho g}{\sigma_0} \boxed{dx}$

問7 $A(x) = \frac{P}{\sigma_0} \exp\left(\frac{\rho g x}{\sigma_0}\right)$

問8 $\lambda_L = \frac{\sigma_0 L}{E}$

令和 6 年度（10 月期入学）及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜， 出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ①材料力学－Ⅱ

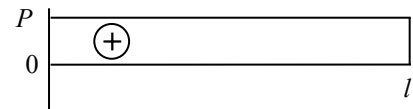
Ⅱ

問 1

水平反力の大きさ $|R_{AH}|=F$

垂直反力の大きさ $|R_{AV}|=P$

反モーメントの大きさ $|M_A| = \left| \left(\frac{F}{4} - P \right) l \right|$



SFD

問 2

せん断力 $V_x=P$

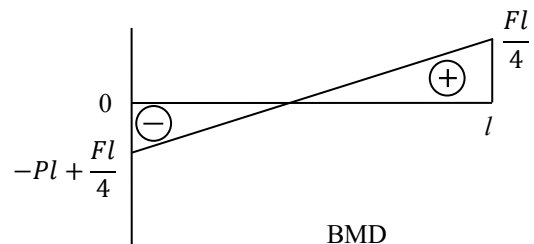
SFD は右図となる

問 3

曲げモーメント $M_x = \left(\frac{F}{4} - P \right) l + Px$

$M_x|_{x=0} = \left(\frac{F}{4} - P \right) l$ $M_x|_{x=l} = \frac{Fl}{4}$

BMD は右図となる.



BMD

問 4

固定端 A 上面の曲げモーメント M_A による曲げ応力 σ_A

$\sigma_A = \frac{6}{bh^2} \left(P - \frac{F}{4} \right) l$ ($P \geq F/4$ なので σ_A は引張応力)

問 5

はり中央点 D の曲げモーメント M_D による曲げ応力 σ_D

$\sigma_D = 0$ となる場合は $M_D = 0$

$M_D = \left(\frac{F}{4} - \frac{P}{2} \right) l = 0$ したがって $F = 2P$ もしくは $P = F/2$

令和6年度（10月期入学）及び令和7年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 解 答 例	
専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜， 出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ②振動工学－I

I

問1

棒の重心周りの回転運動において、棒の重心から x 離れた位置にある微小要素 dx の慣性モーメントは $\frac{m}{l}x^2dx$ で表される。これを重心から端 ($x=l/2$) に向けて積分し、両端を考慮するために2倍したものが棒の慣性モーメントとなる。したがって、

$$2\int_0^{l/2} \frac{m}{l}x^2dx = 2\frac{m}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{l/2} = \frac{ml^2}{12}$$

となる。

問2

点 O は重心から $l/2$ 離れているので重心周りの慣性モーメントと平衡軸の定理を用いて

$$\frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

となる。

問3

バネ係数 k は、

$$k = \frac{mgl}{2\Delta y\alpha l} = \frac{mg}{2\Delta y\alpha}$$

となる。

問4

点 O 周りの棒のモーメントのつり合い式を整理して、

$$\frac{m}{3}\ddot{\theta} + c\beta^2\dot{\theta} + \frac{mg\alpha}{2\Delta y}\theta = 0$$

が得られる。

問5

運動方程式から、不減衰固有角振動数は、

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{\Delta y}\alpha}$$

となる。

令和 6 年度（10 月期入学）及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜， 出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ②振動工学－ I

問 6

臨界減衰において，運動方程式の特性方程式は重解をもつため，

$$\left(c_{cr}\beta^2\right)^2 - 4\frac{m}{3}\frac{mg\alpha}{2\Delta y} = 0$$

を満たす．これを c_{cr} について解いて

$$c_{cr} = \sqrt{\frac{2m^2g}{3\Delta y}\frac{\alpha}{\beta^4}}$$

が得られる．

問 7

運動方程式の特性方程式，

$$\frac{m}{3}\lambda^2 + c\beta^2\lambda + \frac{mg\alpha}{2\Delta y} = 0$$

を

$$M\lambda^2 + C\lambda + K = 0$$

で置き換えたとき，その根は，

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4MK}}{2M} = -\frac{C}{2M} \pm \sqrt{\frac{K}{M}} \sqrt{\frac{1}{4}\frac{C^2}{KM} - 1}$$

となり，不足減衰の際の減衰固有角振動数 ω_d は

$$\omega_d = \sqrt{\frac{K}{M}} \sqrt{1 - \frac{1}{4}\frac{C^2}{KM}} = \omega_n \sqrt{1 - \frac{1}{4}\frac{C^2}{KM}}$$

となる．ここに係数を代入し，

$$\omega_d = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{\Delta y}}\alpha \sqrt{1 - \frac{3\Delta y c^2}{2m^2g}\frac{\beta^4}{\alpha}}$$

を得る．

解 答 例

専攻名 機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）

試験科目名 専門科目 ②振動工学－Ⅱ

Ⅱ

問1 $\frac{(M+m)g}{2k}$

問2 $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$

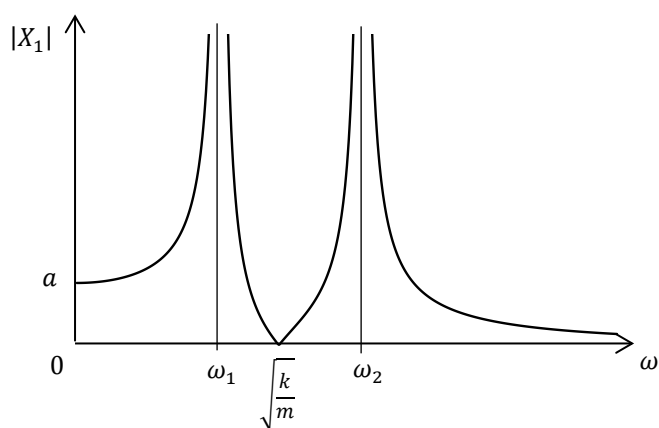
問3 板の運動方程式 $2m\ddot{x}_1 = -2kx_1 - k(x_1 - x_2)$
重りの運動方程式 $m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1)$

問4 $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

問5 $\omega = \omega_1$ のとき振幅比 $\frac{x_2}{x_1} = 2$, $\omega = \omega_2$ のとき振幅比 $\frac{x_2}{x_1} = -1$

問6 板の運動方程式 $2m\ddot{x}_1 = -2k(x_1 - u) - k(x_1 - x_2)$
重りの運動方程式 $m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1)$

問7



専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ③流れ学-I （1 / 2）

I

問1 水位は高さ H なので，容器内側底部の圧力は，絶対圧で $\rho g H + p_0$ ，ゲージ圧で $\rho g H$ となる。

答え 絶対圧 $\rho g H + p_0$ ，ゲージ圧 $\rho g H$

問2 水面と小孔の間の流線を考え，以下のベルヌーイの式を利用する。

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2$$

水の圧力，流速及び z 方向高さを，水面で p_1 ， v_1 ， z_1 ，小孔で p_2 ， v_2 ， z_2 とする。 $p_1 = p_2 = p_0$ ， $v_1 = 0$ ， $z_1 = H$ ， $z_2 = 0$ を上式に代入すると，平均流速 $v_2 = \sqrt{2gH}$ （鉛直下向き）が得られる。

答え 平均流速 $\sqrt{2gH}$

問3 平均流速は $\sqrt{2gH}$ なので，体積流量 Q は $Av_2 = A\sqrt{2gH}$ となる。

答え 体積流量 $A\sqrt{2gH}$

問4 z 方向成分（鉛直方向）のみを考える。はじめに，水の流出方向（鉛直下向き）を正として流体力を求め，最後に， z 方向の正の向き（鉛直上向き）に変換する。単位時間あたりに検査体積に流入する運動量の鉛直下向き成分は 0 であり，また，単位時間あたりに検査体積から流出する運動量の鉛直下向き成分は $\rho Q v_2 = \rho A v_2^2$ である。したがって，単位時間あたりの運動量の差（流入－流出）を求めると， $\Delta_{\text{運動量}} = 0 - \rho A v_2^2 = -\rho A (2gH) = -2\rho g H A$ となる。一方，検査体積境界は大気圧なので，検査体積境界にはたらく圧力による力の鉛直下向き成分 $F_{\text{圧力}}$ は 0 である。重力などの体積力は無視し，運動量の法則を用いて，流体力の鉛直下向き成分を求めると

$$\text{流体力} = \Delta_{\text{運動量}} + F_{\text{圧力}} = -2\rho g H A + 0 = -2\rho g H A \quad (\text{ここまでは鉛直下向きを正として導出})$$

したがって， z 方向（鉛直上向き）に， $2\rho g H A$ の大きさの流体力が作用する。

答え 流体力 $2\rho g H A$

問5 問2，問3の考え方を利用すると，平均流速 $v_2 = \sqrt{2gh}$ から体積流量 $Av_2 = A\sqrt{2gh}$ が得られる。

答え 体積流量 $A\sqrt{2gh}$

問6 「微小時間 dt において，流出する水の体積流量（および流速）は一定」を用いると，
体積 = (体積流量) × (時間) = $(A\sqrt{2gh})dt$ と求められる

答え 体積 $A\sqrt{2gh}dt$

問7 水位が h から $h-dh$ に変化した場合，容器内の水の容量は $-Sdh$ だけ変化する。この容量変化が流出した水の体積と釣り合うので， $-Sdh = (A\sqrt{2gh})dt$ となる。 dh/dt として解答を整理すると， $dh/dt = -(A/S)\sqrt{2gh}$ が得られ，時間が経過すると水位が低下することが分かる。

答え $dh/dt = -(A/S)\sqrt{2gh}$

令和6年度（10月期入学）及び令和7年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
解 答 例

専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ③流れ学-I （2／2）

問8 時刻 t が 0 から t_0 の間に，水位 h が H から 0 に変化する。 $t_0 = \int_0^{t_0} dt$ を置換積分すると，

$$t_0 = \int_0^{t_0} dt = \int_H^0 \frac{dh}{-(A/S)\sqrt{2gh}} = (S/A) \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^H \frac{dh}{\sqrt{h}} = (S/A) \frac{1}{\sqrt{2g}} [2\sqrt{h}]_0^H = (S/A)\sqrt{2H/g}$$

が得られる。

答え $t_0 = (S/A)\sqrt{2H/g}$

問9 水面と小孔の間の流れに成立する連続の式とベルヌーイの式は，次式で与えられる。

$$Sv_1 = Av_2$$

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2$$

連続の式から $v_2 = (S/A)v_1$ なので，この式と $p_1 = p_2 = p_0$ ， $z_1 = h$ ， $z_2 = 0$ をベルヌーイの式に代入して，

$$v_1 = \frac{A}{\sqrt{S^2 - A^2}} \sqrt{2gh} \text{ が得られる。あるいは， } v_1 = \frac{A}{S\sqrt{1 - (A/S)^2}} \sqrt{2gh} \text{ などと書ける。}$$

問7 から $|dh/dt| = (A/S)\sqrt{2gh}$ なので，大小関係は， $v_1 > |dh/dt|$ で， v_1 の方が大きい。

答え $v_1 = \frac{A}{\sqrt{S^2 - A^2}} \sqrt{2gh}$

大小関係は， $v_1 > |dh/dt|$ で， v_1 の方が大きい。

なお，容器断面積 S は小孔断面積 A より充分大きいことを考慮して， v_1 の根号内の $(A/S)^2$ の項を無視できると考察した場合は，大小関係は「等しい（ほぼ同じ大きさ）」となる。

専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜， 出身学部等限定特別選抜）
-------	---------------------------

試験科目名	専門科目 ③流れ学－Ⅱ
-------	-------------

Ⅱ

問 1 $\rho \cdot dx \cdot dy$

問 2 負の方向

問 3 正の方向

問 4

$$\left(\tau + \frac{d\tau}{dy} dy \right) \cdot dx \cdot 1 - \tau \cdot dx \cdot 1 + \rho g \sin \theta \cdot dx \cdot dy \cdot 1 = 0$$

$$\frac{d\tau}{dy} = \boxed{-\rho g \sin \theta}$$

問 5

$$\frac{d\tau}{dy} = -\rho g \sin \theta$$

$$\int \frac{d\tau}{dy} dy = -\rho g \sin \theta \int dy$$

$$\tau = -\rho g \sin \theta \cdot y + c$$

$$y = b \text{ で } \tau = 0 \text{ より}$$

$$c = \rho g b \sin \theta$$

$$\therefore \tau = \rho g \sin \theta \cdot (b - y)$$

専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ③流れ学－Ⅱ

問6

$$\begin{aligned}\tau &= \mu \frac{du}{dy} \text{を代入して} \\ \mu \frac{du}{dy} &= \rho g \sin \theta \cdot (b - y) \\ \frac{du}{dy} &= \frac{\rho g \sin \theta}{\mu} (b - y) \\ \int \frac{du}{dy} dy &= \int \frac{\rho g \sin \theta}{\mu} (b - y) dy \\ u &= \frac{\rho g \sin \theta}{\mu} \left(by - \frac{y^2}{2} \right) + c \\ y = 0 \text{で} u &= 0 \text{より} \\ c &= 0 \\ \therefore u &= \frac{\rho g \sin \theta}{\mu} \left(by - \frac{y^2}{2} \right)\end{aligned}$$

問7

$$Q = \int_0^b u dy = \frac{\rho g \sin \theta}{\mu} \int_0^b \left(by - \frac{y^2}{2} \right) dy = \frac{\rho g \sin \theta}{\mu} \cdot \left[b \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^b = \frac{\rho g \sin \theta}{3\mu} b^3$$

問8

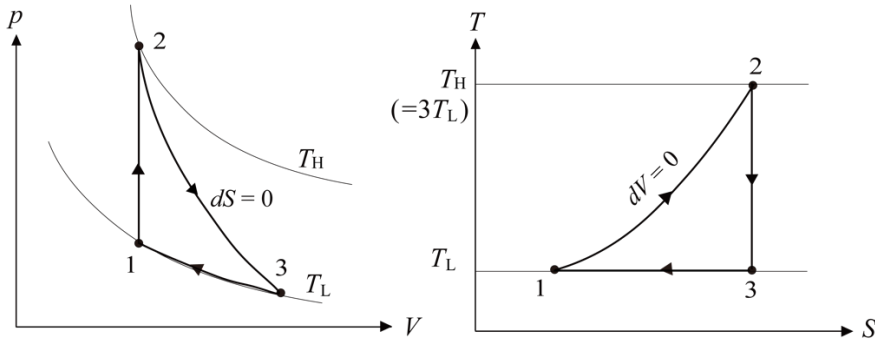
$Q \propto \sin \theta$ より， $\theta = \pi/4$ （ $\theta = 45^\circ$ ）で， Q が最大になる。

専 攻 名 機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）

試験科目名 専門科目 ④熱力学－I

I

問1



問2

仕事 L は，定積比熱を c_v とすると，

$$L = mc_v(T_H - T_L) - mRT_L \ln \frac{V_3}{V_1} \dots\dots\dots (1)$$

ここで， $V_1=V_2$ ， $2 \rightarrow 3$ は断熱変化であるので，

$$T_H V_1^{\kappa-1} = T_L V_3^{\kappa-1}$$

$$\therefore \frac{V_3}{V_1} = \left(\frac{T_H}{T_L}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left(\frac{3T_L}{T_L}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 3^{\frac{1}{\kappa-1}} \dots\dots\dots (2)$$

よって，式 (1) に式(2)を代入して， $c_v = \frac{R}{\kappa-1}$ の関係を用いると，

$$L = m \frac{R}{\kappa-1} \cdot 2T_L - mRT_L \ln \left(3^{\frac{1}{\kappa-1}}\right) = \frac{mR}{\kappa-1} T_L (2 - \ln 3) \quad \left(= 0.901 \left(\frac{mR}{\kappa-1}\right) T_L\right)$$

問3

熱効率 η は，

$$\eta = \frac{L}{Q_{12}} = \frac{m \frac{R}{\kappa-1} T_L (2 - \ln 3)}{m \frac{R}{\kappa-1} (T_H - T_L)} = \frac{T_L (2 - \ln 3)}{2T_L} = \frac{2 - \ln 3}{2} (= 0.45)$$

問4

$$\Delta S_{12} = mc_v \ln \frac{T_H}{T_L} = m \frac{R}{\kappa-1} \ln \frac{T_H}{T_L}$$

$$\Delta S_{23} = 0$$

$$\Delta S_{31} = mR \ln \frac{V_1}{V_3} = mR \ln \left[\left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\right] = -m \frac{R}{\kappa-1} \ln \frac{T_H}{T_L}$$

$$\therefore \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{31} = 0$$

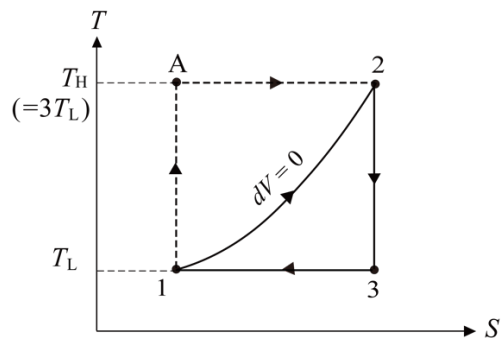
専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
-------	--------------------------

試験科目名	専門科目 ④熱力学－I
-------	-------------

問 5

T_H と T_L の間で動作するサイクルにおいて，熱効率が最大となるのは放熱量 Q_L と加熱量 Q_H の比 (Q_L/Q_H) が最小となる場合であり， T - S 線図上では長方形の経路となり，カルノーサイクルとなる。点 1 と点 3 を固定すると，カルノーサイクルは点線の経路 (1→A→2) となる。このサイクルの熱効率は，

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_L}{3T_L} = \frac{2}{3} (= 0.667)$$



令和 6 年度（10 月期入学）及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験	
解 答 例	

専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
-------	--------------------------

試験科目名	専門科目 ④熱力学－Ⅱ
-------	-------------

Ⅱ ① $T ds$ ② $c_p dT$ (c_p は定圧比熱) ③ T/c_p ④ 定圧比熱

Ⅲ

問 1

作動流体の質量を m ，定積比熱を c_v ，気体定数を R とすると，等積過程で加えられる熱量 Q_H は，

$$Q_H = mc_v(T_3 - T_2) \dots\dots (1)$$

ここで， $1 \rightarrow 2$ の過程は断熱変化であるので，

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$$

$$\therefore T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} T_1 = \varepsilon^{\kappa-1} T_1 \dots\dots (2)$$

同様にして，

$$T_3 V_3^{\kappa-1} = T_4 V_4^{\kappa-1}$$

$$\therefore T_3 = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1} T_4 = \varepsilon^{\kappa-1} T_4 = 3\varepsilon^{\kappa-1} T_1 \dots\dots (3)$$

式(2)(3)を式(1)に代入し， $p_1 V_1 = mRT_1$ および $c_v = \frac{R}{\kappa-1}$ の関係を用いると，

$$\begin{aligned} Q_H &= mc_v(3\varepsilon^{\kappa-1} T_1 - \varepsilon^{\kappa-1} T_1) \\ &= \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \cdot \left(\frac{R}{\kappa-1}\right) \times 2\varepsilon^{\kappa-1} T_1 \\ &= \left(\frac{2p_1 V_1}{\kappa-1}\right) \varepsilon^{\kappa-1} \end{aligned}$$

問 2

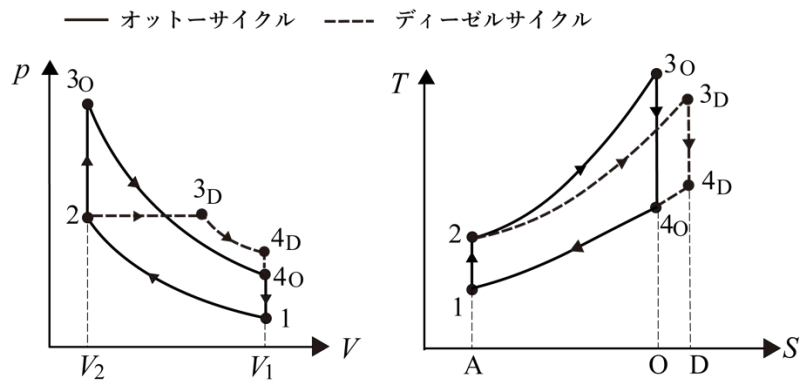
仕事 L は，

$$\begin{aligned} L &= mc_v(T_3 - T_2) + mc_v(T_1 - T_4) \\ &= mc_v(3\varepsilon^{\kappa-1} T_1 - \varepsilon^{\kappa-1} T_1 + T_1 - 3T_1) \\ &= \left(\frac{p_1 V_1}{RT_1}\right) \cdot \left(\frac{R}{\kappa-1}\right) \times (2\varepsilon^{\kappa-1} - 2)T_1 \\ &= \left(\frac{2p_1 V_1}{\kappa-1}\right) (\varepsilon^{\kappa-1} - 1) \end{aligned}$$

専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目 ④熱力学－Ⅱ

問3

(1)



(2)

放熱量は，

オットーサイクル： $Q_{2O} = T-S$ 線図における面積 $A14_OO$

ディーゼルサイクル： $Q_{2D} = T-S$ 線図における面積 $A14_DD$

(1)で作成した $T-S$ 線図より， $Q_{2D} > Q_{2O}$ ----- (1)

また，熱効率は，

$$\text{オットーサイクル： } \eta_O = 1 - \frac{Q_{2O}}{Q_1} \text{ ----- (2)}$$

$$\text{ディーゼルサイクル： } \eta_D = 1 - \frac{Q_{2D}}{Q_1} \text{ ----- (3)}$$

供給熱量 Q_1 は同じであるので，式 (1)～(3)の関係から， $\eta_O > \eta_D$ となる。