令和６年度（１０月期入学）及び令和７年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 **問 題 用 紙**		
専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）	
試験科目名	専門科目 ①材料力学－Ⅰ	P.　１／９

・Ⅰを１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目名欄には ①材料力学－Ⅰ と記入すること。
・解答の経緯を省略せず，明記すること。

Ⅰ

以下のように長さ L，密度ρ，ヤング率 E の弾性体の棒が剛体の天井から吊り下げられている。以下の問に答えなさい．なお，重力加速度を g ，棒の下端からの距離を x とする。

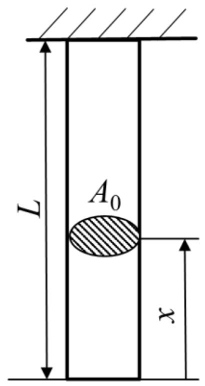

図１－１

問１　図１－１に示すように，任意の x において断面積 A が一定値 A_0 である丸棒の場合，x の横断面に作用する棒の自重による荷重 $W(x)$ を，L，ρ，E，g ，A_0，x を用いて示しなさい。

問２　棒の許容引張応力をσ_aとした場合，図１－１の棒の最大長さ L_a を，σ_a，ρ，E，g ，x を用いて示しなさい。

問３　図１－２に示すように，円錐状の棒を吊り下げた場合，x の横断面（断面積を $A(x)$とする）に作用する棒の自重による荷重 $W(x)$を，L，ρ，E，g ，$A(x)$，x を用いて示しなさい。

問４　図１－２の棒の全体の伸びλ_Lを，L，ρ，E，g ，$A(x)$，x を用いて示しなさい。

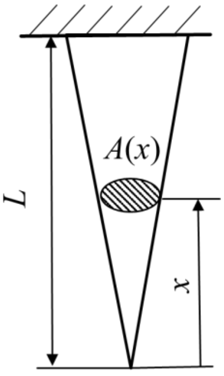

図１－２

図１－３に示すように，$x=0$ に集中荷重 P が作用する棒の下端から x の増加にともなって少しずつ断面積 A を増加させてやれば，横断面に作用する引張応力σ_0が一定の棒を作ることができる。以下の問に答えなさい。

問５　この棒を，x 断面と $x+\mathrm{d}x$ 断面とで仮想切断した微小部分に対する力のつり合い図を描き，以下の力のつり合い式の $\boxed{}$ 部分を埋めなさい。

$$(A(x)+dA(x))\sigma_0 = A(x)\sigma_0 + \boxed{}\ dx \qquad \text{(a)}$$

問６　(a)式を整理した，次式の $\boxed{}$ 部分を埋めなさい。ただし，左辺の空欄と右辺の空欄には異なる文字が入る。

$$\frac{\boxed{}}{A(x)} = \frac{\rho g}{\sigma_0}\boxed{} \qquad \text{(b)}$$

問７　(b)式を解いて任意の x に対する $A(x)$を，σ_0，ρ，E，g ，P，x を用いて示しなさい。

問８　図１－３に示す棒全体の伸びλ_Lを，σ_0，ρ，E，g ，P，L を用いて示しなさい。

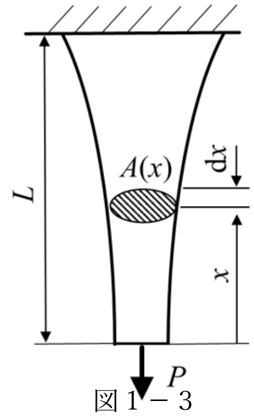

図１－３

・II を１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目名欄には ①材料力学－II と記入すること。
・解答の経緯を省略せずに，明記すること。

II

図２のような幅 b，高さ h の長方形断面を持つ長さ l のはり AB に，長さ $l/4$ の剛体板 BC が AB と垂直に取り付けられている。このはり先端の点 B に垂直荷重 P が，剛体板先端の点 C に水平荷重 F がそれぞれ加えられている。次の問に答えなさい。

ただし，$l >> b$，h とし，はりの自重は考慮しなくてよい。F による軸応力は曲げ応力に比べて小さく無視できるものとする。はり AB は A から距離 x をとるものとする。また，$P > F/4$ とする。

問１　固定端 A に生ずる水平反力，垂直反力および反モーメントの大きさを求めなさい。
問２　はり AB に生ずるせん断力を求め，せん断力図（SFD）を描きなさい。
問３　はり AB に生ずる曲げモーメントを求め，曲げモーメント図（BMD）を描きなさい。
問４　固定端 A のはり上面に生ずる曲げ応力 σ_A を求めなさい。
問５　はり中央の点 D における曲げ応力がゼロとなるときの P と F の関係を求めなさい。

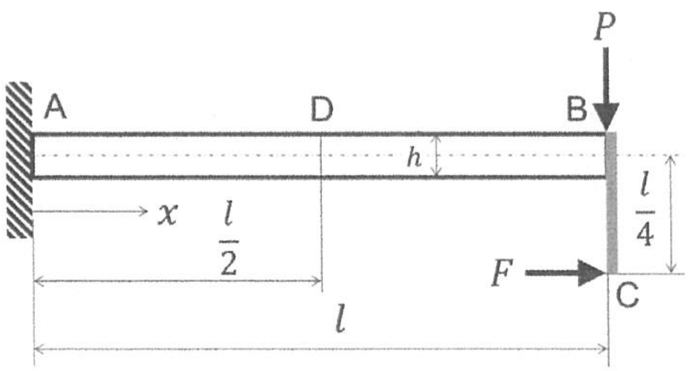

図２

・Iを1枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目欄には ②振動工学－Ｉ と記入してください。
・解答の経緯を省略せずに明記してください。

Ｉ

図１に示すように，長さ l で断面および密度の一様な質量 m の棒があり，一端の点Ｏで自由に回転できるよう支持されている。棒は点Ｏから αl 離れた位置にある垂直なバネと βl 離れた位置にある減衰係数 c の垂直なダンパで地面と接続されている。静止している状態では棒は水平でつりあっており，そのときバネは自然長から Δy 縮んでいる。水平軸から時計回りに測った棒の傾きを θ，重力加速度を g，$0<\alpha\leq 1$ かつ $0<\beta\leq 1$ とする。θ は十分小さいとして，以下の問に答えなさい。

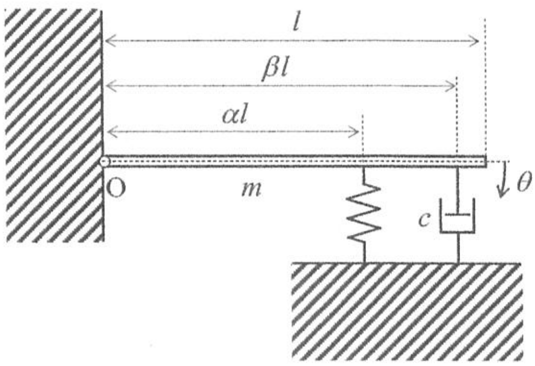

図１

問１　棒の重心周りの慣性モーメントが $ml^2/12$ であることを導出しなさい

問２　点Ｏ周りの棒の慣性モーメントが $ml^2/3$ であることを導出しなさい。

問３　バネのバネ定数を求めなさい。

問４　この系の自由振動の運動方程式を求めなさい。

問５　この系の不減衰固有角振動数 ω_n を求めなさい。

問６　この系が臨界減衰となるダンパの減衰係数 c_{cr} を求めなさい。

問７　この系が不足減衰であったときの減衰固有角振動数 ω_d を求めなさい。

・IIを１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目欄には ②振動工学－II と記入してください。
・解答の経緯を省略せずに明記してください。

II

図２のように，質量Mの板が２本のばね定数kのばねで吊り下げられている。その板の上には，ばね定数kのばねを介して質量mの重りがついている。重力加速度をgとし，板も重りも重力方向にのみ動くものとする。以下の問に答えなさい。

問１　板を吊っているばねの静たわみを求めなさい。

問２　板が軽く，板の質量が無視できる場合について，この振動系の固有角振動数ω_0を求めなさい。

以下の設問では，釣り合っている状態からの板と重りの変位をそれぞれx_1, x_2（下向きを正）とし，$M = 2m$として答えなさい。

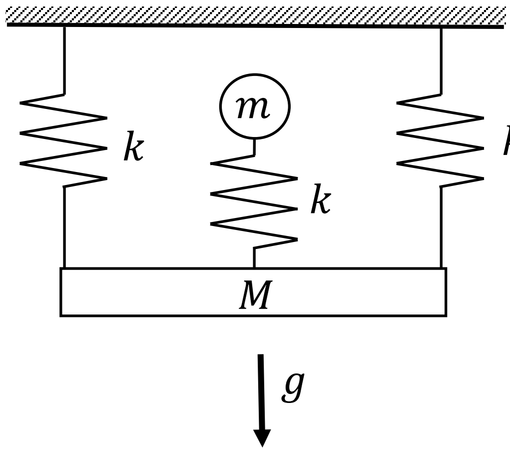

図２

問３　板と重りの自由振動の運動方程式を示しなさい。

問４　この振動系の１次と２次の固有角振動数ω_1，ω_2 $(\omega_1 < \omega_2)$を求めなさい。

問５　この振動系の１次と２次の固有モード（板の振幅に対する重りの振幅の比）を求めなさい。

問６　板を吊り下げている２本のばねの固定端を下向きに変位$u = a\cos\omega t$（振幅a，角振動数ω，時間t）で揺らした。uを用いて，板と重りの運動方程式を示しなさい。

問７　問６のとき，板の振幅応答曲線の概略を示しなさい。ただし，応答曲線の縦軸を板の振幅の絶対値$|X_1|$，横軸を角振動数ωとし，$\omega = 0, \sqrt{\frac{k}{m}}, \omega_1, \omega_2$のときの$|X_1|$の値が分かるようにしなさい。

・Ⅰを１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目名欄には ③流れ学－Ⅰ と記入すること。
・解答の経緯を省略せず，明記すること。

Ⅰ

図１のように断面積 S の円筒型の大きな容器があり，容器底部に開閉可能な断面積 A の小孔を設ける。はじめは，この小孔は閉じている。このため，容器上部の開口部から水を入れ，水位が高さ H になっても，小孔から水は噴出しない。水位が高さ H の場合の非圧縮性非粘性の静止流体を考え，以下の設問に答えなさい。なお，水の密度を ρ，重力加速度を g，大気圧を p_0 とし，容器は固定されているとしなさい。

問１　容器内側底部の絶対圧とゲージ圧を求めなさい。

次に，図１の小孔を開くと，水が噴出（流出）する。小孔を開いた直後の容器にはたらく流体力を求めるため，容器を囲む検査体積を考える。水の流出面を含めた検査体積境界の圧力は，大気圧 p_0 である。力は z 方向成分のみを考え，力の向きは z 方向（鉛直上向き）を正とする。流れは定常の非圧縮性非粘性流れとし，小孔形状による損失などの各種損失の影響は無視しなさい。容器断面積 S は小孔断面積 A よりも充分大きいため，水位は高さ H で一定で，水面の水の流速は０と考えなさい。

問２　ベルヌーイの式を用いて，小孔から流出する水の平均流速を求めなさい。
問３　小孔から流出する水の体積流量を求めなさい。
問４　運動量の法則を用いて，容器にはたらく流体力の z 方向成分を求めなさい。重力などの体積力は無視しなさい。

時間が経過すると，図２のように水位 h が，H から０に徐々に低下する。「水位が H から０になるまでの時間」を概算するため，以下の設問に答えなさい。水位 h の座標軸の向きは鉛直上向きを正とし，小孔を開いた時刻 $t=0$ では $h=H$ であり，$h=0$ になる時刻を t_0 とする。t_0 を概算するため，各時刻の小孔から流出する水の平均流速（および体積流量）を求める時には，定常流れと考えなさい。水面や流れの乱れ，各種損失などの影響は無視しなさい。図２の容器は図１の容器と同一で，容器断面積 S は小孔断面積 A よりも充分大きく，小孔は開いている。

問５　時刻 t，水位 h の時に，小孔から流出する水の体積流量を，A，g，h を用いて表しなさい。水位 h の水面の水の流速を０とし，定常流れの問２，問３の考え方を利用しなさい。
問６　時刻 t から時刻 $t+dt$ の微小時間に，小孔から流出する水の体積を，A, g, h, dt を用いて表しなさい。「微小時間 dt において，流出する水の体積流量（および流速）は一定」としなさい。

問７　小孔から水が流出するため，時刻 t から時刻 $t+dt$ の微小時間に，水位は h から $h\text{-}dh$ に変化する。dh/dt を，A，g，h，S を用いて表しなさい。

問８　水位が h=0 になる時刻 t_0 を，A，g，H，S を用いて表しなさい。$t_0 = \int_0^{t_0} dt$を利用しなさい。

前の設問では，t_0 を概算するため，水位 h の水面の水の流速を 0 とし，小孔から流出する水の体積から，水位の時間変化 dh/dt を求めた。最後に，図３のように水位は高さ h で一定として，連続の式とベルヌーイの式を用いて，水面の水の流速 v_1 を求めなさい。流れは定常の非圧縮性非粘性流れとし，小孔形状による損失などの各種損失の影響などは無視しなさい。図３の容器は図１の容器と同一で，小孔は開いている。容器断面積 S は小孔断面積 A よりも充分大きく，水位は高さ h で一定で，変化しない。

問９　水面の水の流速 v_1 を，A，g，h，S を用いて表しなさい。さらに，v_1 と「問７で求めた dh/dt の大きさ $|dh/dt|$」を比較し，その大小関係を述べなさい。

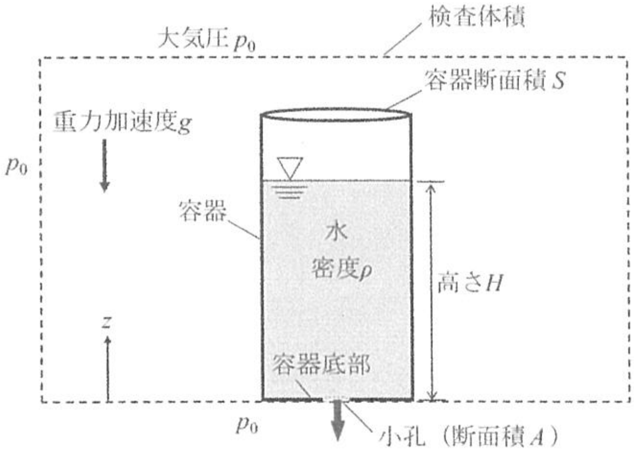

図１

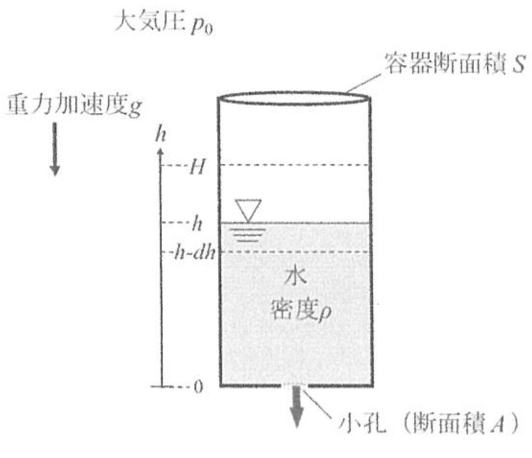

図２

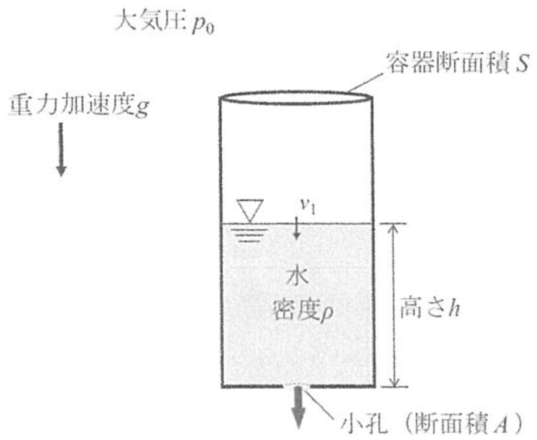

図３

・II を１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目名欄には ③流れ学－II と記入すること。

・解答の経緯を省略せず，明記すること。

II

図４に示すように角度 θ 傾けて固定された平面壁上を，液体が一定の厚さ b で薄い膜状になって下方へ層流の定常状態で流れている。液体はニュートン流体であり，密度を ρ，粘度を μ とし，座標系は x 軸を平面壁に沿った方向で下向きを正にとり，y 軸を平面壁に垂直な方向で上向きを正にとる。重力加速度を g，液体内の圧力は一定，壁面上では流速は０とする。流れは完全に発達したものとし，空気との摩擦の影響などは無視して，以下の設問に答えなさい。

問１　液体内の点(x, y)にある奥行きが単位幅の直方体の微小流体要素(長さ dx，高さ dy，奥行き 1)の質量を ρ，dx，dy で表しなさい。

問２　この微小流体要素の面①には，流れによってせん断応力 τ が作用する。このせん断応力の方向は，x 軸の正の方向，負の方向のどちらであるかを回答しなさい。

問３　この微小流体要素の面②には，流れによってせん断応力 $\tau+(d\tau/dy)dy$ が作用する。このせん断応力の方向は，x 軸の正の方向，負の方向のどちらであるかを回答しなさい。

問４　液体内の圧力分布が一定であるため，この微小流体要素の面③と面④に作用する圧力による力はつり合っている。したがって，この微小流体要素に作用するせん断応力と外力（重力）から力のつり合いの式を立て，以下の微分方程式の右辺の□に入る式を求めなさい。

$$\frac{d\tau}{dy} = \boxed{}$$

問５　問４の微分方程式から，せん断応力 $\tau(y)$の式を求めなさい。ただし，空気側の膜表面（$y=b$）では，せん断応力が作用しないことを考慮しなさい。

問６　ニュートンの粘性法則 $\tau(y)=\mu(du/dy)$を利用して，平面壁に垂直な断面での速度分布 $u(y)$を求めなさい。ただし，式中には τ を含めてはならない。

問７　速度分布 $u(y)$を y 方向に積分して，奥行き 1 の膜状の液体の体積流量 Q を求めなさい。ただし，式中には τ を含めてはならない。

問８　体積流量 Q が最大となる角度 θ を求めなさい。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi/4$ とする。

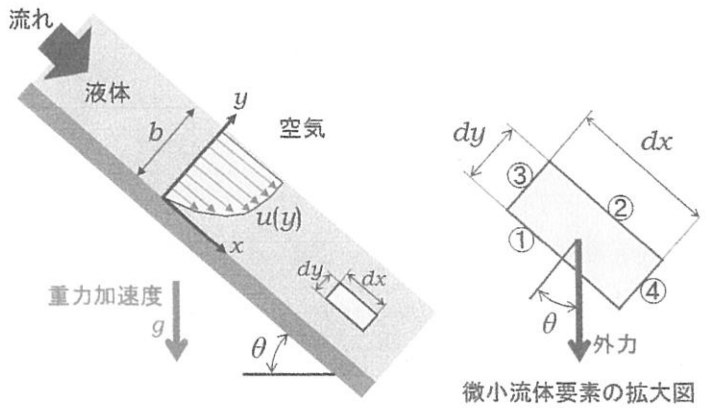

図4

・Ｉを単独で１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目名欄には $\boxed{\text{④熱力学－I}}$ と記入すること。

・解答の経緯を省略せず，明記すること。

I

質量m [kg]，気体定数R [J/(kg·K)]，比熱比（定圧比熱と定積比熱の比）κの理想気体を用いた以下のサイクルがある。

状態1→状態2　温度T_L [K]から温度T_H [K]まで体積一定で加熱

状態2→状態3　温度T_Lまで可逆断熱膨張

状態3→状態1　温度一定で熱を放出しながら，状態1にもどる

今，$T_H = 3T_L$として以下の問いに答えなさい。

問１　このサイクルのp-V（圧力 [Pa]－体積 [m^3]）線図およびT-S（温度 [K]－エントロピー [J/K]）線図を描き，図中に状態1～3を示しなさい。

問２　気体が1サイクルあたりに周囲になす仕事L [J/cycle]をm, R, κ, T_Lを用いて表しなさい。

問３　このサイクルの熱効率（加熱量に対する仕事の割合）を求めなさい。

問４　状態1→状態2，状態2→状態3，状態3→状態1の各過程におけるエントロピーの変化量ΔS_{12} [J/K]，ΔS_{23} [J/K]，ΔS_{31} [J/K]を求め，それらの合計値が零になることを示しなさい。

問５　サイクル中の最高温度T_Hと最低温度T_Lを一定とする条件で，最大熱効率が得られるように状態1→状態2の行程を変更したい。その経路を T-S線図上に点線で示しなさい。また，その熱効率を求めなさい。

令和６年度（１０月期入学）及び令和７年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 **問　題　用　紙**		
専攻名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）	
試験科目名	専門科目 ④熱力学－II	P.　9／9

・II，III を１枚の答案用紙に解答し，答案用紙の科目名欄には $\boxed{\text{④熱力学－II}}$ と記入すること。

・解答の経緯を省略せず，明記すること。

II

準静的過程における理想気体のT-s（温度－比エントロピー）線図を考える。図1に示されるように等圧線上の任意の点aにおいて接線を引き，T-s線図の横軸との交点をbとし，aより横軸へ垂線acを立てる。以下の空欄に当てはまる数式（①～③の欄），および語句（④の欄）を答えなさい。ただし，本文中にない記号を用いる場合には，例えば「R（気体定数）」などのようにその定義を明示すること。

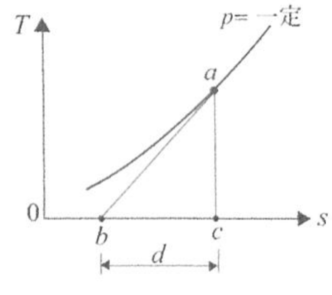

図1

熱力学の関係式から単位質量あたりの理想気体の微小加熱量は $dq=\boxed{①}$ ，また等圧変化であるので$dq=\boxed{②}$となる。したがって，$\boxed{①}=\boxed{②}$となるので，$dT/ds=\boxed{③}$となる。一方，dT/dsは任意の点の傾きを表すから，$dT/ds=$（線分ac）/（線分bc）である。よって，接線影（図1中のd）は点aにおける $\boxed{④}$の大きさを表す。

III

図2に示されるオットーサイクルがある。作動流体は理想気体とし，断熱膨張後の温度[K]（状態4の温度）が断熱圧縮前の温度T_1 [K] の3倍であった。圧縮比をε（$=V_1/V_2$），比熱比（=定圧比熱と定積比熱の比）をκ，断熱圧縮前の気体の圧力，体積，温度をそれぞれp_1 [Pa]，V_1 [m^3]，T_1 [K]として，以下の問いに答えなさい。解答は与えられた記号，数式および数字で表すこと。

問１　1サイクルあたりに等積過程で作動流体に加えられる熱量 [J/cycle]を求めなさい。

問２　1サイクルあたりに得られる仕事 [J/cycle]を求めなさい。

問３　このオットーサイクルとシリンダ容積（V_1），供給熱量，圧縮比，サイクル開始点の温度T_1，圧力p_1が等しいディーゼルサイクルがある。

(1) この2つのサイクルのp-V線図およびT-S線図をそれぞれ重ねて答案用紙に描きなさい。ここで，ディーゼルサイクルの線図は点線で表し，各過程の終点は3_D，4_Dなどのように表しなさい。

(2) オットーサイクルの熱効率η_Oとディーゼルサイクルの熱効率η_Dのどちらが高くなるか，(1)で作成した線図を利用して説明しなさい。

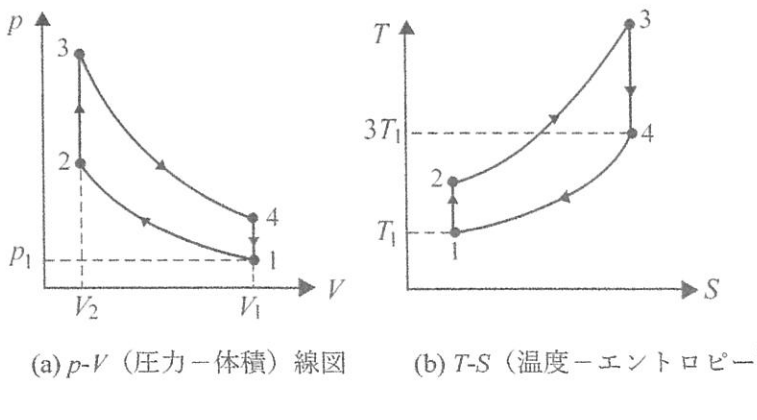

図２　(a) p-V（圧力－体積）線図　　(b) T-S（温度－エントロピー）線図