

令和6年度(10月期)及び令和7年度 金沢大学大学院自然科学研究科	
博士前期課程入学試験	
専攻名	数物科学専攻(物理学コース)
試験科目名	専門科目
	①力学 ②電磁気学 ③熱統計力学 ④量子力学 以上4科目のうち全科目を選択してください。
問題用紙等枚数	問題用紙 計 7枚 答案用紙 計 4枚 下書き用紙 計 4枚
試験日程	令和6年8月20日(火)実施

〔全般的な解答に際しての注意事項〕

- ・試験開始直後に、問題用紙等が上記指定の枚数のとおりあるか確認してください。
- ・すべての答案用紙に「志願専攻」及び「受験番号」を記入してください。なお、自分の氏名はどこにも書いてはいけません(書いた場合は、不正行為とみなします)。
- ・問題用紙・下書き用紙は、各自持ち帰っても差し支えありません。

〔専攻別注意事項〕

- ・問題1から問題4について、それぞれ別々の答案用紙に解答してください。
- ・スペースが足りない場合は、答案用紙の裏面を使用しても良い。ただしその場合は、答案用紙の表面の右下に「裏に続く」と明記し、裏面においては上部(表面の横線の上に該当する部分)は使用しないこと。

令和 6 年度 (10 月期入学) 及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験		
問 題 用 紙		
専攻名	数物科学専攻 (物理学コース) (一般選抜)	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 1 / 7

I

半径 R 、柱の長さ L 、一様な密度 ρ の剛体円柱を水平面からの傾斜角 β ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) をもつ粗い斜面上に図 1 のように静かに置くと、円柱は滑らずに斜面に沿って転がり始めた。円柱の回転運動の軸は紙面に垂直とする。円柱の重心の加速度を a ($a > 0$)、回転の角速度を ω ($\omega \geq 0$) とし、斜面から円柱が受ける摩擦力の大きさを F 、重力加速度の大きさを g とする。運動する円柱には空気抵抗がはたらかないとして、以下の問いに答えなさい。

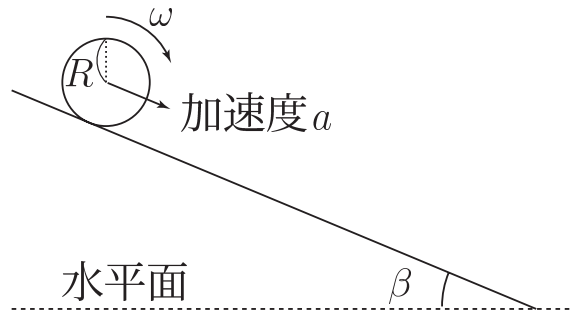


図 1

- 問 1 円柱の質量 M を L, R, ρ を用いて表しなさい。
- 問 2 円柱の回転軸まわりの慣性モーメントの大きさ I を L, R, ρ を用いて表しなさい。
- 問 3 円柱の斜面に沿った方向に対する並進運動の運動方程式を F, M, a, g, β のうちから必要なものを用いて表しなさい。
- 問 4 円柱の回転運動の運動方程式を $F, I, M, R, g, \beta, \omega, \frac{d\omega}{dt}$ のうちから必要なものを用いて表しなさい。
- 問 5 ω と a が満たす関係式を $R, a, \beta, \omega, \frac{d\omega}{dt}$ のうちから必要なものを用いて表しなさい。
- 問 6 加速度 a を I, M, R, g, β のうちから必要なものを用いて表しなさい。
- 問 7 円柱の運動についての記述として適切なものを次から選び、理由も簡潔に説明しなさい。
斜面と円柱の間の摩擦がなく円柱が回転せずに斜面を滑り落ちる場合と比べると、円柱の重心の加速度 a の大きさは (i) 大きい。 (ii) 変わらない。 (iii) 小さい。
- 問 8 円柱の運動についての記述として適切なものを次から選び、理由も簡潔に説明しなさい。
形状が同じで ρ よりも大きい一様密度 ρ' をもつ剛体円柱を同様に静かに斜面に置いたところ、円柱は加速度 a' ($a' > 0$) で滑らずに転がり始めた。
このとき、 a' と a の大きさを比較すると、(i) $a' > a$ (ii) $a' = a$ (iii) $a' < a$ を満たす。
- 問 9 円柱と斜面のあいだの静止摩擦係数を μ としたとき、円柱が滑らずに転がり始める傾斜角 β の範囲のうち最大値を $\beta_{\max}$ とする。 $\beta_{\max}$ と μ が満たす関係式を求めなさい。

問 題 用 紙

専攻名	数物科学専攻（物理学コース）（一般選抜）	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 2 / 7

II

真空中に置かれた導線に定常電流 I が流れているとき、導線の微小部分 $d\ell$ に流れる電流素片 $I d\ell$ が、そこから変位 $\mathbf{r}$ の位置につくる微小な磁束密度 $d\mathbf{B}$ は、以下のビオ・サバールの法則で表される。

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\ell \times \mathbf{r}}{r^3}$$

ここで $r = |\mathbf{r}|$ であり、 μ_0 は真空の透磁率である。

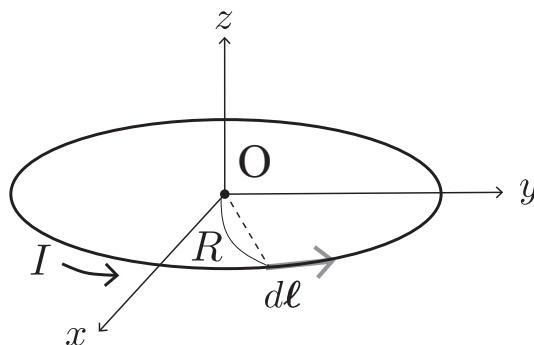


図 2

図 2 のように、 xy 平面に半径 R の円形コイルを配置し、定常電流 I を流す。円形コイルの中心は原点 O にあり、円形コイルは真空中に置かれている。以下の問いに答えなさい。

問 1 電流素片 $I d\ell$ が原点 O につくる微小な磁束密度の x, y, z 成分を $I, R, \mu_0, d\ell$ のうち必要なものを用いてそれぞれ表しなさい。ここで $d\ell = |d\ell|$ である。

問 2 円電流全体が原点 O につくる磁束密度の x, y, z 成分をそれぞれ答えなさい。

問 3 微小な電流素片 $I d\ell$ が位置 $(0, 0, z)$ につくる微小な磁束密度の z 成分 dB_z が、以下の式で与えられることをビオ・サバールの法則を用いて導出しなさい。

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\ell R}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

問 4 円電流全体が位置 $(0, 0, z)$ につくる磁束密度の x, y, z 成分を I, R, r, μ_0 のうち必要なものを用いてそれぞれ表しなさい。

令和 6 年度 (10 月期入学) 及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験		
問 題 用 紙		
専攻名	数物科学専攻 (物理学コース) (一般選抜)	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 3 / 7

次に、図 3 のように、半径 R の同じ円形コイルが中心軸 X を共通にして $2a$ の間隔で対置してあり、両者に同じ向きに定常電流 I が流れている状況を考える。 X 軸上にある二つの円形コイルそれぞれの中心を結ぶ線分の中点を O とする。また、 X 軸の向きを図 3 に示すようにとり、点 O から x ($x > 0$) の距離にある X 軸上の点を P とする。

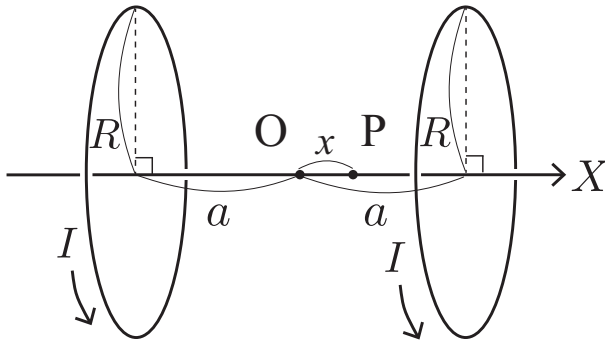


図 3

問 5 点 O での X 軸方向の磁束密度の大きさ B_O を I, R, μ_0, a を用いて表しなさい。

問 6 点 P での X 軸方向の磁束密度の大きさを x の関数 $B_P(x)$ として求めたい。 $B_P(x)$ を I, R, μ_0, a, x を用いて表しなさい。

以下では、 $x \ll R$ および $x \ll a$ の場合について、問 6 で求めた $B_P(x)$ を $B_P(x) \simeq A + Bx + Cx^2$ の形に展開する。次の問いに答えなさい。

ヒント：展開に際し、関数 $f(y) = (1 + y)^n$ は、 $|y| \ll 1$ なる y に対して $f(y) \simeq 1 + ny + \frac{1}{2}n(n-1)y^2$ と近似できることを利用する。 y を適当な x の 2 次式で置き換えると計算しやすくなる。もしくは、マクローリン展開して x の 2 次までの項を考えてもよい。

問 7 A と B を I, R, μ_0, a, x のうち必要なものを用いて表しなさい。

問 8 C を I, R, μ_0, a, x のうち必要なものを用いて表しなさい。

問 9 C がゼロとなるような R と a の関係を求めなさい。

令和 6 年度 (10 月期入学) 及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験		
問 題 用 紙		
専攻名	数物科学専攻 (物理学コース) (一般選抜)	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 4 / 7

III

図 4 に示すように、 x 軸に沿って 1 次元的に並んだ N 個の分子からなる鎖状の高分子化合物を考える。分子は、 x 軸方向の長さが長い I 型と、短い II 型の状態を、他の分子の状態に関係なく互いに独立にとりうるとする。I 型のエネルギーは 0, II 型のエネルギーは ε ($\varepsilon > 0$) とする。ボルツマン定数を k_B として以下の問いに答えなさい。

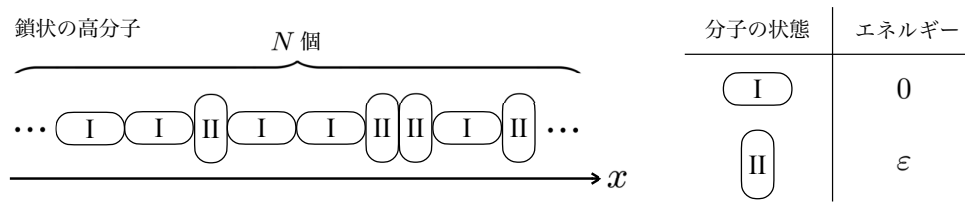


図 4

問 1 分子の総数が N 個, II 型の分子の数が n 個のとき, 高分子化合物のとりうる微視的状态の総数 W_p は以下の式で表される。

$$W_p = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

具体例として, 分子の総数が 4 個, II 型の分子の数が 2 個のときを考え, W_p を計算しなさい。またこのとき, とりうる微視的状态のうちの 1 つは図 5 のようになる。この他にとりうるすべての微視的状态を, 図 5 にならって示しなさい。

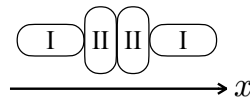


図 5

問 2 一般に, 系が微視的状态 j をとる確率を p_j とすると, 系のエントロピー S は次の式で表される。

$$S = -k_B \sum_j p_j \log p_j$$

ここで $\sum_j$ は, とりうるすべての微視的状态 j について和をとることを表す。系のとりうる微視的状态の総数が W であるミクロカノニカル集団について, S と W の関係式を上式を用いて導きなさい。

問 3 分子の総数が N 個, II 型の分子の数が n 個のとき, 高分子化合物のエントロピー S_p を求めなさい。 $N \gg 1, n \gg 1, N - n \gg 1$ として, 大きな整数 x に対するスターリングの公式 $\log x! \simeq x \log x - x$ を用いて近似計算をすること。

問 4 S_p の n に対する 1 階微分がゼロとなる n の値と, そのときの S_p の値 S_p^e を求めなさい。また, S_p^e は極大値か極小値のどちらであるか答えなさい。

問 5 高分子化合物の全エネルギー E を n と ε を用いて表しなさい。

令和 6 年度 (10 月期入学) 及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験		
問題用紙		
専攻名	数物科学専攻 (物理学コース) (一般選抜)	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 5 / 7

高分子化合物が温度 T ($T > 0$) の熱平衡状態にあるときを考える。

問 6 高分子化合物のヘルムホルツの自由エネルギーを S_p, E, T を用いて表しなさい。

問 7 II 型の分子の数 n_T を N, ε, k_B, T を用いて表しなさい。

問 8 高分子化合物の全エネルギー E_T を N, ε, k_B, T を用いて表しなさい。また、 $T \rightarrow 0$ および $T \rightarrow \infty$ での E_T の極限值をそれぞれ答えなさい。

問 9 I 型, II 型の分子 1 個の x 軸方向の長さをそれぞれ a, b ($b < a$) とする。高分子化合物の x 軸方向の全長を $a, b, N, \varepsilon, k_B, T$ を用いて表しなさい。また、この結果からわかることとして、以下の選択肢のうち正しいものを選びなさい。

温度が上昇したとき、高分子化合物の x 軸方向の全長は (i) 長くなる。(ii) 変わらない。(iii) 短くなる。

令和 6 年度 (10 月期入学) 及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験		
問 題 用 紙		
専攻名	数物科学専攻 (物理学コース) (一般選抜)	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 6 / 7

IV

1 次元ポテンシャル $V(x)$ 中の質量 m の粒子の波動関数 $\psi(x, t)$ は、シュレディンガー方程式

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] \psi(x, t)$$

の解として与えられる。ここで $\hbar$ はプランク定数 h を 2π で割った定数である。

問 1 エネルギー E を持つ粒子の波動関数は $\psi(x, t) = \exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right) \varphi(x)$ で与えられる。 $\varphi(x)$ の満たす微分方程式を求めなさい。

以下では、ポテンシャルが $V(x) = 0$ で与えられる場合を考える。このとき、問 1 の微分方程式の解は

$$\varphi(x) = a \exp(ikx) + b \exp(-ikx)$$

という形に書ける。ただし k は正の定数、 a, b は複素数の定数である。以下の問いに答えなさい。

問 2 k を $\hbar, m, E$ を用いて表しなさい。

問 3 $b = 0$ としたとき、 $\varphi(x)$ は運動量の固有状態を表すことを示しなさい。また、その固有値 p を $\hbar, k$ を用いて表しなさい。

問 4 確率密度 $\rho(x) = |\varphi(x)|^2$ を計算し、 a, b, k, x を用いて表しなさい。

問 5 確率の流れ密度 j を以下のように定義する。

$$j(x) = \frac{\hbar}{2mi} \left(\varphi^*(x) \frac{d\varphi(x)}{dx} - \varphi(x) \frac{d\varphi^*(x)}{dx} \right)$$

$b = 0$ となる場合に対して、確率の流れ密度 j と確率密度 ρ を求めることにより j を ρ と v を用いて表しなさい。ただし $v = \frac{p}{m}$ は粒子の速度である。

以下では、ポテンシャルが次の形で与えられるものとする。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ V_0 & (x \geq 0) \end{cases}$$

ただし V_0 は正の定数である。このようなポテンシャルに対し、エネルギー E の粒子が $x < 0$ から x 軸の正の方向へ入射する場合を考える。このとき、 $x < 0$ における波動関数は α を正の定数、 A を複素数の定数として

$$\varphi(x) = \exp(i\alpha x) + A \exp(-i\alpha x)$$

という形に書ける。以下の問いに答えなさい。

問 6 $E > V_0$ のとき、 $x \geq 0$ における波動関数は β を正の定数、 B を複素数の定数として

$$\varphi(x) = B \exp(i\beta x)$$

という形に書ける。 β を $\hbar, m, E, V_0$ を用いて表しなさい。

令和 6 年度 (10 月期入学) 及び令和 7 年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問 題 用 紙		
専攻名	数物科学専攻 (物理学コース) (一般選抜)	
試験科目名	専門科目 物理学	P. 7 / 7

問 7 $E > V_0$ のとき, 係数 A, B を α, β を用いて, それぞれ表しなさい。

問 8 入射波, 反射波, 透過波に対する確率の流れ密度をそれぞれ $j_{\text{in}}, j_{\text{re}}, j_{\text{tr}}$ とおく。 $E > V_0$ のとき, 以下に定義される反射率 R および透過率 T を α, β を用いて, それぞれ表しなさい。

$$R = \left| \frac{j_{\text{re}}}{j_{\text{in}}} \right|, \quad T = \left| \frac{j_{\text{tr}}}{j_{\text{in}}} \right|$$

問 9 問 8 で求めた反射率について $R = \frac{1}{4}$ が成り立つとき, 粒子のエネルギー E を V_0 を用いて表しなさい。

問 10 $E \leq V_0$ のとき, $x \geq 0$ における確率密度 ρ と確率の流れ密度 j を α, γ, x のうちから必要なものを用いて, それぞれ表しなさい。ただし $\gamma = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$ とおく。