令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験

# 解　答　例

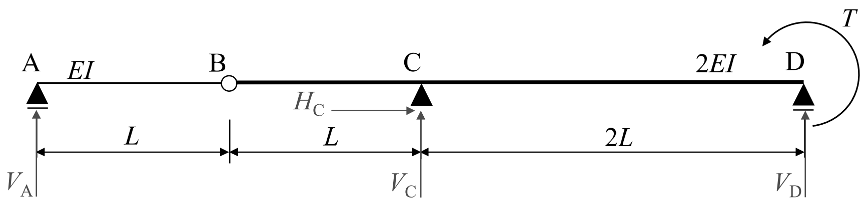
| | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

Ⅰ

問１

（解）

各支点の反力を下図に示すように仮定した。




$$\sum H = H_C = 0$$
$$\sum V = V_A + V_C + V_D = 0$$
$$\sum M_{(\text{B 右側})} = T + V_D \cdot 3L + V_C \cdot L = 0$$
$$\sum M_{(\text{B 左側})} = V_A \cdot L = 0$$

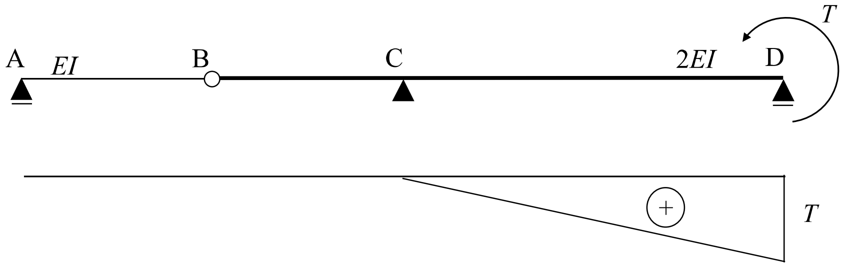
上のつり合い式を解くことにより，各支点の反力が得られる。

$$H_C = 0$$
$$V_A = 0$$
$$V_C = \frac{T}{2L}$$
$$V_D = \frac{-T}{2L}$$

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

問２

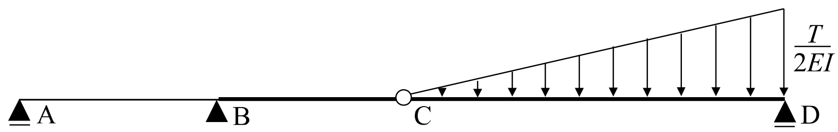
（解）



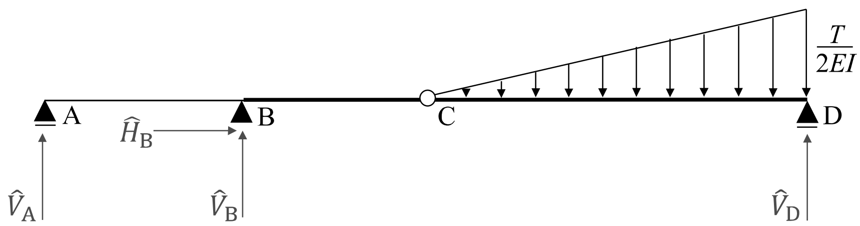

問３

（解）

問２で求めた曲げモーメント図を用い，曲げモーメントを曲げ剛性で除した弾性荷重（分布荷重）を共役ばり上に載荷する。




この共役ばりの支点反力を以下のように仮定した。




$$\sum H = \hat{H}_{\mathrm{B}} = 0$$

$$\sum V = \hat{V}_{\mathrm{A}} + \hat{V}_{\mathrm{B}} + \hat{V}_{\mathrm{D}} - \frac{TL}{2EI} = 0$$

$$\sum M_{(\mathrm{C}\,右側)} = \hat{V}_{\mathrm{D}} \cdot 2L - \frac{TL}{2EI} \cdot \frac{4L}{3} = 0$$

$$\sum M_{(\mathrm{B}\,左側)} = \hat{V}_{\mathrm{A}} \cdot 2L + \hat{V}_{\mathrm{B}} \cdot L = 0$$

上のつり合い式を解くことにより，共役ばりにおけるすべての支点反力が得られる。

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

$\hat{H}_{\mathrm{B}} = 0$

$\hat{V}_{\mathrm{A}} = \frac{-TL}{6EI}$

$\hat{V}_{\mathrm{B}} = \frac{TL}{3EI}$

$\hat{V}_{\mathrm{D}} = \frac{TL}{3EI}$

弾性荷重法を用い，この共役ばり上の曲げモーメントを求めることにより，与系のたわみ（下向き：正）が得られる。

$$\delta_{\mathrm{B}} = \hat{M}_{\mathrm{B}} = \hat{V}_{\mathrm{A}} \cdot L = \frac{-TL^2}{6EI}$$

また，弾性荷重法を用い，この共役ばり上のせん断力を求めることにより，与系のたわみ角が得られる。ただし，ここで求めたい与系のたわみ角は，時計回りを正とするため，マイナスを付ける。

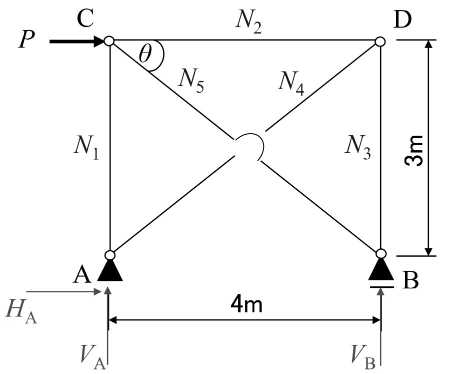
$$\theta_{\mathrm{D}} = -\hat{V}_{\mathrm{D}} = \frac{-TL}{3EI}$$

II

問 1

（解）

各支点の反力および各部材の部材力を以下のように仮定した。

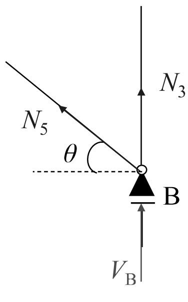



$$\sum H = H_A + P = 0$$
$$\sum V = V_A + V_B = 0$$
$$\sum M_{(A)} = P \cdot 3 - V_B \cdot 4 = 0$$

上のつり合い式を解くことにより，各支点の反力が得られる。

$$H_A = -P$$
$$V_A = -\frac{3P}{4}$$
$$V_B = \frac{3P}{4}$$

支点 B に着目して $N_3$，$N_5$ の部材力を算出する。




$$\sum H = N_5 \cos\theta = 0$$
$$\sum V = V_B + N_3 + N_5 \sin\theta = 0$$

| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
|---|---|
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

なお，$\cos\theta$ および $\sin\theta$ は以下の通りである。

$$\cos\theta = \frac{4}{5}$$

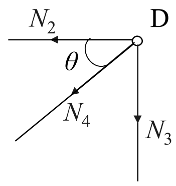
$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

このつり合い式を解くことにより，以下の解が得られる。

$$N_5 = 0$$

$$N_3 = -\frac{3P}{4}$$

つぎに，格点 D に着目して $N_2$，$N_4$ の部材力を算出する。




$$\sum V = N_3 + N_4 \sin\theta = 0$$

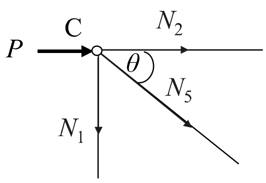
$$\sum H = N_4 \cos\theta + N_2 = 0$$

このつり合い式を解くことにより，以下の解が得られる。

$$N_4 = \frac{5P}{4}$$

$$N_2 = -P$$

つぎに，格点 C に着目して $N_1$ の部材力を算出する。




$$\sum V = N_1 + N_5 \sin\theta = 0$$

このつり合い式を解くことにより，以下の解が得られる。

$$N_1 = 0$$

まとめると以下のようになる。

$N_1 = 0$

$N_2 = -P$

$N_3 = -\frac{3P}{4}$

$N_4 = \frac{5P}{4}$

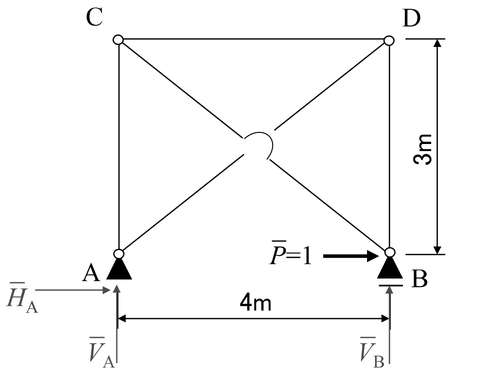
$N_5 = 0$

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

問２

（解）

支点 B の水平変位（右向き：正）を求めるため，下図のように支点 B に仮想の単位荷重$\bar{P}$を載荷し，支点反力を下図のように仮定する。




$$\sum H = \bar{H}_A + 1 = 0$$
$$\sum V = \bar{V}_A + \bar{V}_B = 0$$
$$\sum M_{(A)} = \bar{V}_B \cdot 4 = 0$$

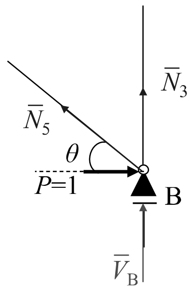
上のつり合い式を解くことにより，各支点の反力が得られる。

$\bar{H}_A = -1$

$\bar{V}_A = 0$

$\bar{V}_B = 0$

支点 B に着目して$\bar{N}_3$，$\bar{N}_5$の部材力を算出する。



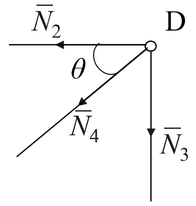

$$\sum H = \bar{N}_5 \cos\theta - 1 = 0$$
$$\sum V = \bar{V}_B + \bar{N}_3 + \bar{N}_5 \sin\theta = 0$$

このつり合い式を解くことにより，以下の解が得られる。

$$\bar{N}_5 = \frac{5}{4}$$

$$\bar{N}_3 = -\frac{3}{4}$$

つぎに，格点 D に着目して$\bar{N}_2$，$\bar{N}_4$の部材力を算出する。




$$\sum V = \bar{N}_3 + \bar{N}_4 \sin\theta = 0$$

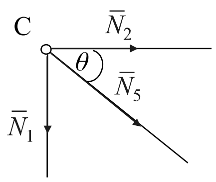
$$\sum H = \bar{N}_4 \cos\theta + \bar{N}_2 = 0$$

このつり合い式を解くことにより，以下の解が得られる。

$$\bar{N}_4 = \frac{5}{4}$$

$$\bar{N}_2 = -1$$

つぎに，格点 C に着目して$\bar{N}_1$の部材力を算出する。




$$\sum V = \bar{N}_1 + \bar{N}_5 \sin\theta = 0$$

このつり合い式を解くことにより，以下の解が得られる。

$$\bar{N}_1 = -\frac{3}{4}$$

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

仮想系の部材力をまとめると以下のようになる。

$$\bar{N}_1 = -\frac{3}{4}$$

$$\bar{N}_2 = -1$$

$$\bar{N}_3 = -\frac{3}{4}$$

$$\bar{N}_4 = \frac{5}{4}$$

$$\bar{N}_5 = \frac{5}{4}$$

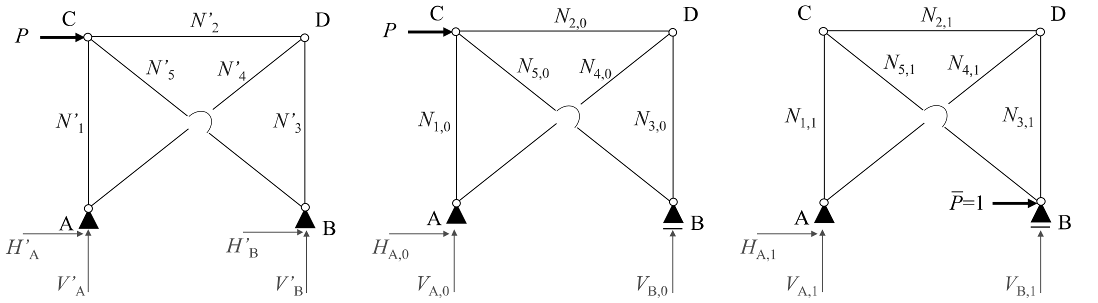
仮想仕事の原理から，問 1 および上記で求めた部材力を用いて，以下の式により支点 B の水平変位（右向き：正）を求めることができる。ここで $N_i$ は各部材力，$L_i$ は各部材長である。

$$u_B = \sum_{i=1}^{5} \bar{N}_i \frac{N_i L_i}{EA} = \frac{27P}{2EA}$$

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

問３

（解）




（与系）　（0 系）　（1 系）

いま，与えられた系の部材力 $N_i$（$i$=1〜5）は，0 系（静定系＋もと荷重の載荷）と 1 系（求めたい支点反力に単位荷重を載荷）の部材力を用いて以下のように表すことができる。ここで，$X$ は求めたい支点 B の水平反力 $H_B$ を表している。また，以下の式における右辺の部材力 $N$ の添え字は，1 つ目が部材番号，2 つ目が 0 系または 1 系を表している。なお，以降では，与系の $N'$は $N$ として記載する。

$$N_i = N_{i,0} + X \cdot N_{i,1}$$

軸力により構造全体に蓄えられるひずみエネルギー$U$ は，以下の式で計算できる。

$$U = \sum_{i=1}^{5} \frac{N_i^2 L_i}{2EA}$$

最小仕事の原理から，ひずみエネルギー$U$ を水平反力 $X$ で偏微分した解は，支点 B の水平変位がゼロであることから，以下のようにゼロになる。

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial N} \cdot \frac{\partial N}{\partial X} = \sum_{i=1}^{5} \frac{N_i\ L_i}{EA} \cdot \frac{\partial N}{\partial X} = \sum_{i=1}^{5} \frac{N_i\ L_i}{EA} N_{i,1} = \sum_{i=1}^{5} \frac{\left(N_{i,0} + X \cdot N_{i,1}\right) N_{i,1} L_i}{EA} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{5} \frac{N_{i,0} N_{i,1} L_i}{EA} + X \cdot \sum_{i=1}^{5} \frac{N_{i,1} N_{i,1} L_i}{EA} = 0$$

上式の第 1 項目については，問 2 で解が得られているため，第 2 項目を計算する。

$$\sum_{i=1}^{5} \frac{N_{i,1} N_{i,1} L_i}{EA} = \frac{23}{EA}$$

これより，問 2 の解を用いて以下のように計算できる。

$$\frac{27P}{2EA} + X \cdot \frac{23}{EA} = 0$$

$$X = -\frac{27P}{46} = H'_{\mathrm{B}}$$

この $X$ と問 1，問 2 の結果を用いれば支点 A の水平反力 $H'_{\mathrm{A}}$ を次のように計算できる。

$$H'_{\mathrm{A}} = H_{\mathrm{A},0} + X \cdot H_{\mathrm{A},1} = -P + \left(-\frac{27P}{46}\right) \cdot (-1) = -\frac{19P}{46}$$

令和5年度（１０月期入学）及び令和6年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験

# 解　答　例

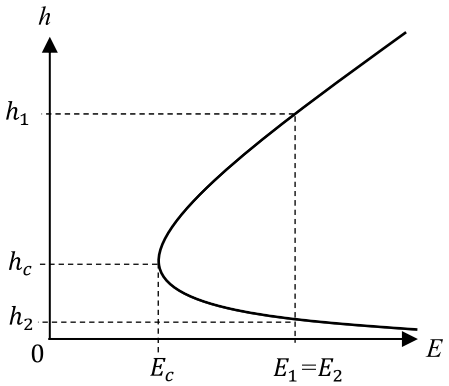
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
|---|---|
| 試験科目名 | 専門科目　②水理学 |

I

問１　比エネルギー：$E = h + \frac{q^2}{2gh^2}$

比力：$F = \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{gh}$

問２　単位幅流量$q$＝一定の場合，比エネルギーと水深の関係は下図のようになる。

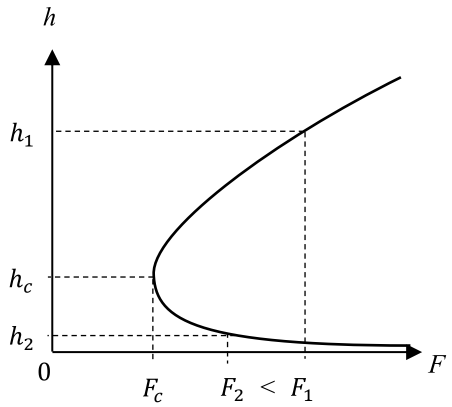



問３　$E_1$=$E_2$より，

$$h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2} = h_2 + \frac{q^2}{2gh_2^2} \quad \rightarrow \quad \frac{q^2}{2g}\left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2}\right) = h_2 - h_1 \quad \rightarrow \quad q^2 = 2g\frac{h_1^2 h_2^2}{(h_2^2 - h_1^2)}(h_2 - h_1)$$

以上より$q^2 = 2g\frac{h_1^2 h_2^2}{(h_1 + h_2)}$　$\therefore q = \sqrt{2g\frac{h_1^2 h_2^2}{(h_1 + h_2)}}$

問４　単位幅流量$q$＝一定の場合，比力と水深の関係は下図のようになる。



| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　②水理学 |

問５　ゲートに作用する力の大きさを$D$とすると，運動量と力の関係から次式が成り立つ。

$$\frac{D}{\rho g}=F_1-F_2=\frac{h_1^2}{2}+\frac{q^2}{gh_1}-\frac{h_2^2}{2}-\frac{q^2}{gh_2}=\frac{1}{2}(h_1-h_2)(h_1+h_2)-\frac{q^2}{gh_1h_2}(h_1-h_2)$$

上式の$q$に問３の解を代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{D}{\rho g}=\frac{1}{2}(h_1-h_2)(h_1+h_2)-\frac{2h_1h_2}{h_1+h_2}(h_1-h_2)=\frac{1}{2}(h_1-h_2)\left[(h_1+h_2)-\frac{4h_1h_2}{h_1+h_2}\right]$$

$$\therefore D=\frac{\rho g}{2}\frac{(h_1-h_2)^3}{h_1+h_2}$$

| 令和 5 年度（１０月期入学）及び令和 6 年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　②水理学 |

II

問１　管水路 1 の断面 1 と断面 2 の間において連続式とベルヌーイの定理が利用できる。

$$A_1V_1 = A_2V_2 \tag{1}$$

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\rho g}=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\rho g}+h_{L1} \tag{2}$$

ここで断面 1 と断面 2 の圧力を$p_1$と$p_2$，断面 2 の流速を$V_2$とする.

また運動量の関係式も成り立つ。

$$\rho Q(V_2-V_1)=p_1A_2-p_2A_2 \tag{3}$$

式(1)より

$$V_2=\frac{A_1}{A_2}V_1 \tag{1'}$$

式(2)を変形して，式(1)'を代入すると

$$h_{L1}=\frac{V_1^2-V_2^2}{2g}+\frac{p_1-p_2}{\rho g}=\frac{1}{2g}\left(1-\frac{A_1^2}{A_2^2}\right)V_1^2+\frac{p_1-p_2}{\rho g} \tag{2'}$$

式(3)を変形して，式(1)'を代入すると

$$p_1-p_2=\frac{\rho A_1V_1}{A_2}(V_2-V_1)=\rho\left(\frac{A_1^2}{A_2^2}-\frac{A_1}{A_2}\right)V_1^2 \tag{3'}$$

式(2)'の右辺第 2 項に式(3)'を代入して整理すると損失水頭$h_{L1}$が得られる。

$$h_{L1}=\frac{1}{2g}\left(1-\frac{A_1^2}{A_2^2}\right)V_1^2+\frac{1}{g}\left(\frac{A_1^2}{A_2^2}-\frac{A_1}{A_2}\right)V_1^2=\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2\frac{V_1^2}{2g}$$

問２　管水路 2 の断面 1 と中間断面の間の損失水頭$h_{L21}$は問 1 と同様に考えると次式で表される。

$$h_{L21}=\left(1-\frac{A_1}{a}\right)^2\frac{V_1^2}{2g} \tag{4}$$

上記と同様の考え方と連続式により中間断面と断面 2 の損失水頭$h_{L22}$は次式で表される。

$$h_{L22}=\left(1-\frac{a}{A_2}\right)^2\frac{v^2}{2g}=\left(1-\frac{a}{A_2}\right)^2\frac{A_1^2}{a^2}\frac{V_1^2}{2g} \tag{5}$$

ここで，$v$は中間断面の流速である。

断面 1 と断面 2 の間における損失水頭$h_{L2}$は式(4)と(5)の和より求められる。

$$h_{L2}=h_{L21}+h_{L22}=\left[\left(1-\frac{A_1}{a}\right)^2+\left(1-\frac{a}{A_2}\right)^2\frac{A_1^2}{a^2}\right]\frac{V_1^2}{2g}=\left[1+\frac{A_1^2}{A_2^2}-\frac{2}{a}\left(A_1+\frac{A_1^2}{A_2}\right)+\frac{2A_1^2}{a^2}\right]\frac{V_1^2}{2g}$$

| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| --- | --- |
| 試験科目名 | 専門科目　②水理学 |

問 3　$h_{L2}$の大括弧内が損失係数$f_{L2}$に対応する。$V_1$，$A_1$と$A_2$が一定条件では，$f_{L2}$は$a$の関数である。

$$f_{L2}(a) = 1 + \frac{A_1^2}{A_2^2} - \frac{2}{a}\left(A_1 + \frac{A_1^2}{A_2}\right) + \frac{2A_1^2}{a^2} \tag{6}$$

$h_{L2}$を最小にするには，$f_{L2}$が最小で，式(6)を$a$で微分した値はゼロになる必要がある。

$$f_{L2}{}'(a) = \frac{2}{a^2}\left(A_1 + \frac{A_1^2}{A_2}\right) - \frac{4A_1^2}{a^3} = 0 \quad \rightarrow \quad 2a\left(A_1 + \frac{A_1^2}{A_2}\right) = 4A_1^2$$

$$\therefore a = \frac{2A_1A_2}{A_1 + A_2}$$

問 4　断面積$a$は問 3 の解に$A_2 = 4A_1$を代入して求める。

$$a = \frac{2A_1 \cdot 4A_1}{A_1 + 4A_1} = \frac{8}{5}A_1$$

損失係数$f_{L2}$は上記の値を式(6)に代入して得られる。

$$f_{L2}\left(\frac{8}{5}A_1\right) = 1 + \frac{1}{16} - \frac{10}{8A_1}\left(A_1 + \frac{A_1^2}{4A_1}\right) + \frac{25}{32} = \frac{9}{32}$$

問 5　管水路 1 の損失水頭は問 1 の解に$A_2 = 4A_1$を代入して求める。

$$h_{L1} = \left(1 - \frac{A_1}{4A_1}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{9}{16}\frac{V_1^2}{2g}$$

問 4 の解を用いて管水路 2 の損失水頭を計算する。

$$h_{L2} = f_{L2}\frac{V_1^2}{2g} = \frac{9}{32}\frac{V_1^2}{2g}$$

以上の結果より管水路 2 と 1 の損失水頭の比が得られる。

$$\frac{h_{L2}}{h_{L1}} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　③土質力学 |

I

問１.

(1)　粘性土が液状から塑性状に変化するコンシステンシー境界となる含水比。

(2)　土中の上向き浸透力と有効応力が釣り合う動水勾配。動水勾配がそれを超えるとクイックサンドが生じる。

(3)　土を同じ締固めエネルギーで締固める際に土の乾燥密度が最大となる含水比。

(4)　正規圧密粘土では対数軸での荷重増加に対する間隙比の関係が直線となる，その変化の割合。

(5)　粘性土地盤（軟弱地盤）に砂柱を設置することで地下水の排水距離を短縮し，圧密を促進する工法。

II

問１.

(1)　$\rho_t = \frac{M}{V} = \frac{45.3}{26.6} = 1.70$ [g/cm$^3$]

(2)　$\rho_d = \frac{M\prime}{V} = \frac{38.2}{26.6} = 1.44$ [g/cm$^3$]

(3)　$w = \frac{M - M\prime}{M\prime} \times 100 = \frac{45.3 - 38.2}{38.2} \times 100 = 18.6$ [%]

(4)　$e = \frac{\rho_s}{\rho_d} - 1 = \frac{2.70}{1.44} - 1 = 0.875$ [-]

(5)　$S_r = \frac{w\rho_s}{e\rho_w} = \frac{18.6 \times 2.70}{0.875 \times 1.00}$ = 57.4 [%]

III

問１.

(1)　$S = \frac{e - e\prime}{1 + e} H = \frac{2.0 - 1.5}{1 + 2.0} \times 500 = 83$ [cm]

(2)　$m_v = \frac{S}{H \times P} = \frac{83.3}{500 \times 30} = 5.5 \times 10^{-3}$ [m$^2$/kN]

(3)　$c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} = \frac{1 \times 10^{-7}}{5.5 \times 10^{-3} \times 9.81} = 1.9 \times 10^{-6}$ [m$^2$/s]

(4)　$t_{90} = \frac{(\frac{H}{2})^2}{c_v} T_v = \frac{(2.5)^2}{1.9 \times 10^{-6}} \times 0.848 \times \frac{1}{24 \times 60 \times 60}$ = 32 [d]

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　③土質力学 |

IV

問１.

(1)　排水試験なので最小主応力と有効拘束圧は一致し，$\sigma_3{}'$=$\sigma_h - u = 400 - 200 = 200$ [kN/m$^2$]

(2)　$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_q = 200 + 800 = 1000$ [kN/m$^2$]

(3)　砂の粘着力がゼロであることを考慮し，モール・クーロンの破壊基準より

$\sin\phi' = \frac{\sigma_1{}' - \sigma_3{}'}{\sigma_1{}' + \sigma_3{}'} = \frac{800}{1000+200} = \frac{2}{3} = 0.666\cdots$から，表より最も近い値として$\phi'$=42 [°]

(4)　有効拘束圧（最小主応力）は$\sigma_3$=$\sigma_h - u = 300 - 200 = 100$ [kN/m$^2$]となるから

$\sin\phi' = \frac{\sigma_1{}' - \sigma_3{}'}{\sigma_1{}' + \sigma_3{}'} = \frac{\sigma_q}{(\sigma_q{}' + \sigma_3{}') + \sigma_3{}'}$より，$\sigma_q = \frac{2\sigma_3{}' \sin\phi'}{1 - \sin\phi'}$

表の値 $\sin\phi'$=0.67 を代入することで，$\sigma_q = \frac{2\times100\times0.67}{1-0.67} = 406$ [kN/m$^2$]

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　④計画数理学 |

I

問１　$\alpha = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x^2}$，$\beta = \mu_y - \alpha\mu_x$より，

$$\alpha = \frac{(0+6+36+15+2)/5-(9+1+25+1+4)/5}{(9+1+25+1+4)/5} = \frac{3.8}{8} = \frac{19}{40}$$

$$\beta = \mu_y - \alpha\mu_x = 2 - \frac{19}{40}\times 4 = \frac{1}{10}$$

ただし，$\mu_x, \mu_y$はそれぞれ$x$と$y$の平均，$\sigma_x^2$は$x$の分散，$Cov(x,y)$は$x$と$y$の共分散.

問２

$$\frac{19}{40}\times 44 + \frac{1}{10} = 21$$

問３　残差の二乗和の値を比較する，決定係数の値を比較する，他の道路で観測して予測誤差を調べる　等

II

問１　メリット：専門の点検員が現地に赴く必要がないため，写真さえあれば数多くの橋梁の点検を行うことが可能である。

デメリット：橋梁の点検現場では橋梁の写真の撮影が難しい場所が存在するため，専門技術者では対応できない場合も存在する。

問２　橋梁に生じている損傷は多様であり，AI による判断も難しい場合が存在する。例えば，ひび割れとシミの差を見つけることは難しい。したがって，AI の診断結果（損傷の自動検出など）をもとにして橋梁診断員が最終的な健全性の診断を行うことで，より正確な健全性を算出できるようにした。

問３　（例）ダムの堤体のコンクリート診断，海外の橋梁のリモート診断，コンクリート吹付のり面の損傷診断など

III

事後保全：インフラ構造物の損傷が深刻化してから大規模な修繕を行う維持管理の考え方。

予防保全：個々のインフラ構造物の環境を踏まえて，インフラ構造物の管理者が定期的に点検・診断を行い，最小のライフサイクルコストで安全・安心やその他の必要なサービス水準を確保する維持管理の考え方。

予防保全的維持管理が原則である理由は，インフラメンテナンスの分野において財源が不足している中，事後保全的維持管理を行った場合，劣化が進行してから損傷が発見されるため，補修に要する費用が莫大になるため。

| 令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　⑤環境工学 |

II　環境中に浮遊する粒子の重力沈降に関する下記の問題に答えなさい。

問１ ①重力，②浮力，③境界，④摩擦，⑤圧力，⑥抗力係数，⑦投影（断）面積，⑧$(\pi/4){d_p}^2$

問２ 以下に相当する導出過程を評価する。前提として，以下(1)～(4)の関係を参照する。

$$F_D = C_D \frac{\rho_f v^2}{2} A \qquad (1)\quad \text{問１より}$$

$$F_D = 3\pi\mu d_p v \qquad (2)\quad \text{問２より}$$

$$A = \frac{\pi}{4}{d_p}^2 \qquad (3)\quad \text{問１⑧より}$$

$$Re_p = \frac{\rho_f v d_p}{\mu} \qquad (4)\quad \text{レイノルズ数の定義より}$$

(1)(3)より　$F_D = C_D \frac{\rho_f v^2}{2} A = \left(C_D \frac{\rho_f v^2}{2}\right)\left(\frac{\pi}{4}{d_p}^2\right) = C_D \frac{\rho_f v^2 \pi {d_p}^2}{8}$

(2)より　$F_D = C_D \frac{\rho_f v^2 \pi {d_p}^2}{8} = 3\pi\mu d_p v$

上を変形して　$C_D = (3\pi\mu d_p v)\left(\frac{8}{\rho_f v^2 \pi {d_p}^2}\right) = \frac{24\mu}{\rho_f v d_p}$

(4)より　$C_D = \frac{24\mu}{\rho_f v d_p} = 24\left(\frac{\mu}{\rho_f v d_p}\right) = 24\left(\frac{1}{Re_p}\right) = \frac{24}{Re_p}$

問３ 以下に相当する導出過程を評価する。符号は正負逆でもよい。

①　重力は鉛直下向き，大きさは粒子の体積×粒子の密度×重力加速度　$F_g = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} g$

②　浮力は鉛直上向き，大きさは粒子の体積×流体の密度×重力加速度　$F_b = \rho_f \frac{\pi {d_p}^3}{6} g$

問４ 鉛直下向きを高さ$z$の正の向きと定義すると，運動方程式は下記のように表される。

$F = ma = m\frac{dv}{dz}$　$\left(F\text{: 合力，}m\text{: 質量，}a, \frac{dv}{dz}\text{: 加速度，}v\text{: 沈降速度，}z\text{: 高さ}\right)$

左辺　$F = F_g - F_b - F_D = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - \rho_f \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - 3\pi\mu d_p v$

右辺　$ma = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} a = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} \frac{dv}{dz}$

$$\rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} a = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} \frac{dv}{dz} = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - \rho_f \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - 3\pi\mu d_p v$$

問５ 以下に相当する導出過程を評価する。

問４より　$\rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} a = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} \frac{dv}{dz} = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - \rho_f \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - 3\pi\mu d_p v$

粒子が最終的な沈降速度に到達するとき，合力$F$と加速度$a$はゼロとなるため，

$$0 = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - \rho_f \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - 3\pi\mu d_p v_t$$

$$3\pi\mu d_p v_t = \rho_p \frac{\pi {d_p}^3}{6} g - \rho_f \frac{\pi {d_p}^3}{6} g = (\rho_p - \rho_f) \frac{\pi {d_p}^3}{6} g$$

$$v_t = (\rho_p - \rho_f) \frac{\pi {d_p}^3}{6} g \frac{1}{3\pi\mu d_p} = \frac{(\rho_p - \rho_f) {d_p}^2 g}{18\mu}$$

問６ 下記のいずれも可。

粒子の終末沈降速度は，粒子が大きいほど大きい。

球形粒子の場合，終末沈降速度は直径の２乗に比例する。