令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　①電気回路

I

問１

（解）回路方程式は，$E=(R+jX)\dot{I}$ であるので

$$\dot{I}=\frac{E}{R+jX}=\frac{E(R-jX)}{R^2+X^2}=\frac{ER}{R^2+X^2}-j\frac{EX}{R^2+X^2}$$

問２

（解）

$$\dot{P}=E^*\dot{I}=E\left(\frac{ER}{R^2+X^2}-j\frac{EX}{R^2+X^2}\right)=\frac{E^2R}{R^2+X^2}-j\frac{E^2X}{R^2+X^2}$$

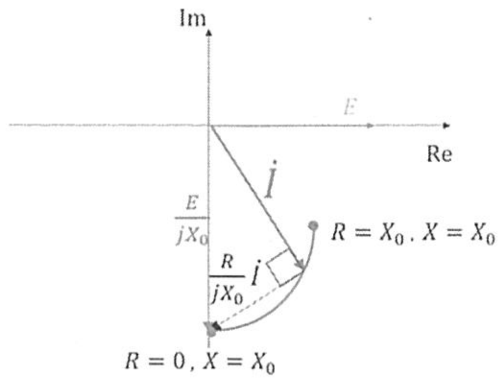
問３

(解)　回路方程式は

$E=(R+jX_0)\dot{I}=R\dot{I}+jX_0\dot{I}$　　両辺をjX_0で割って

$\dfrac{E}{jX_0}=\dfrac{R}{jX_0}\dot{I}+\dot{I}$

したがって，$\dot{I}$に対して 90 度遅れた$\frac{R}{jX_0}\dot{I}$を足すと，$\frac{\dot{E}}{jX_0}$になるので，



円弧が$\dot{I}$の軌跡である。

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　①電気回路

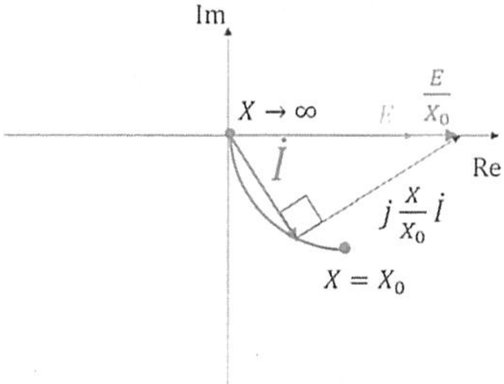
問４

(解)　(a) 回路方程式は

$E = (R + jX)\dot{I} = R\dot{I} + jX\dot{I} = X_0\dot{I} + jX\dot{I}$　　両辺をX_0で割って

$$\frac{E}{X_0} = \dot{I} + j\frac{X}{X_0}\dot{I}$$

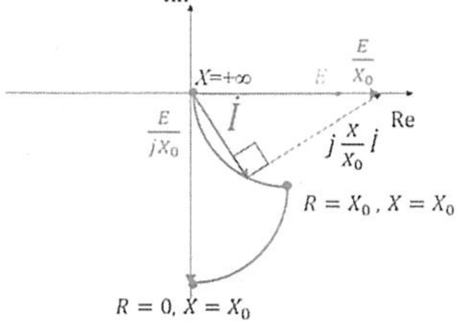
したがって，$\dot{I}$に対して 90 度進んだ$j\frac{X}{X_0}\dot{I}$を足すと，$\frac{\dot{E}}{X_0}$になるので，下記の円弧が求める軌跡



問５

(解)

$0 \leq R \leq X_0$，$X_0 \leq X \leq +\infty$の範囲おいて，電流$\dot{I}$の軌跡は問 3，4 を合算した以下の扇形内となる。



有効電力は，電圧 E と Re[$\dot{I}$]の積となる。そのため有効電力が最大になるのは，

<u>$R = X_0$，$X = X_0$</u>のときである。

このとき

$E=(R+jX_0)\dot{I}=R\dot{I}+jX_0\dot{I}$

$\dot{I}=\dfrac{E}{R+jX_0}=\dfrac{E}{X_0+jX_0}=\dfrac{E}{X_0}\dfrac{1}{1+j}=\dfrac{E}{X_0}\dfrac{1}{\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}}=\dfrac{E}{\sqrt{2}X_0}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

力率は E と$\dot{I}$の位相角差から

$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.7071\sim 0.707$

(別解) 有効電力P_aは問２の実部であり，

$P_a=\dfrac{E^2R}{R^2+X^2}$

これが最大となる条件は Xに対しては単調減少なので Xがなるべく小さく$(X=X_0)$，かつ

$\dfrac{\partial P_a}{\partial R}=0$

$\dfrac{\partial P_a}{\partial R}=\dfrac{E^2(R^2+X^2)-E^2R\cdot 2R}{(R^2+X^2)^2}=\dfrac{E^2(X^2-R^2)}{(R^2+X^2)^2}=0$

よって$R=X=X_0$

これは$0\leq R\leq X_0$の範囲内にある。

問６

（解）

皮相電力が最大の条件は，Ｅが一定なので$|\dot{I}|$が最大の条件である。

$E=(R+jX)\dot{I}$

$|\dot{I}|=\dfrac{E}{|R+jX|}=\dfrac{E}{\sqrt{R^2+X^2}}$

よって$\sqrt{R^2+X^2}$が最小になればよい。R,Xがそれぞれ最小の値は $R=0$，$X=X_0$であるので，

$|\dot{I}|=\dfrac{E}{\sqrt{R^2+X^2}}=\dfrac{E}{\sqrt{0^2+X_0^2}}=\dfrac{E}{X_0}$ [A]

皮相電力の最大値は

$E|\dot{I}|=\dfrac{E^2}{X_0}$ [ＶＡ]

令和５年度（１０月期）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　②電子回路

I

問１　S1を開いているとき，Z_c に電流が流れないため Z_c を考慮する必要がない。図２の動作モデルから以下の関係式が得られる。

$$v_{out} = -r_o(g_m v_{in})$$

$$A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m r_o$$

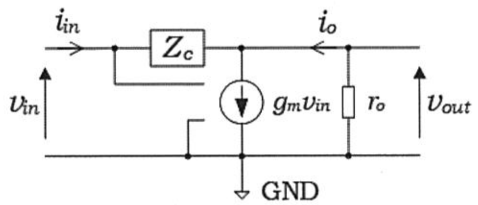
問２　S1を閉じているとき，以下の回路方程式から $Z_{in}(\omega)$ が求められる。

$$\begin{cases} v_{out} & = A v_{in} \\ v_{in} - v_{out} & = Z_c i_{in} \end{cases}$$

$$v_{in} - A v_{in} = Z_c i_{in}$$

$$Z_{in}(\omega) = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{Z_c}{1-A}$$

問３　S1を閉じているとき，小信号等価回路から以下の回路方程式が得られる。さらに，回路方程式から $G(\omega)$ を求めることができる。



$$\begin{cases} v_{out} & = -r_o i_o \\ v_{in} - v_{out} & = Z_c i_{in} \\ i_{in} + i_o & = g_m v_{in} \end{cases}$$

$$\frac{v_{in} - v_{out}}{Z_c} - \frac{v_{out}}{r_o} = g_m v_{in}$$

$$G(\omega) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{g_m - \dfrac{1}{Z_c}}{\dfrac{1}{Z_c} + \dfrac{1}{r_o}} = -\frac{1 - \dfrac{1}{g_m Z_c}}{1 + \dfrac{r_o}{Z_c}} g_m r_o$$

令和５年度（１０月期）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　②電子回路

問４　図３よりインピーダンス Z_c が以下のように求められる。

$$Z_c = R + \frac{1}{j\omega C}$$

問３で求めた $G(\omega)$ に上式を代入して，電圧利得 $G(\omega)$ を g_m，r_o，R，C で表す。

$$G(\omega) = -\frac{1 - \dfrac{1}{g_m\left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right)}}{1 + \dfrac{r_o}{R + \dfrac{1}{j\omega C}}} g_m r_o = -\frac{1 + j\omega C\left(R - \dfrac{1}{g_m}\right)}{1 + j\omega C\,(r_o + R)} g_m r_o$$

$G(\omega)$ は，$j\omega$ の１次有理関数であるため，直流電圧利得 G_0，コーナー角周波数 ω_z，ω_p を用いて以下のように表すことができる。

$$G(\omega) = \frac{1 + j\omega/\omega_z}{1 + j\omega/\omega_p} G_0$$

以上の結果から，直流電圧利得 G_0，２個のコーナー角周波数 ω_z，ω_p が以下のように求められる。

$$G_0 = -g_m r_o, \quad \omega_z = \frac{1}{C\left|R - \dfrac{1}{g_m}\right|}, \quad \omega_p = \frac{1}{C\,(r_o + R)}$$

ω_z は、符号を含めて、下記のように求めてもよい。

$$\omega_z = \frac{1}{C\left(R - \dfrac{1}{g_m}\right)}$$

問５　g_m, r_o, R, C は正の有限値であるため，以下の条件において $\omega_z \to \infty$ となり，有限の周波数帯域に現れなくなる。

$$R = \frac{1}{g_m}$$

問６　問５で求めた条件において，$\omega_z \to \infty$ となるため，$G(\omega)$ は下記のように表せる。

$$G(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_p} G_0$$

ユニティゲイン角周波数を ω_u とするとき，$|G(\omega_u)| = 1$ である。

$$|G(\omega_u)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega_u/\omega_p)^2}}|G_0| = 1$$

$|G_0| = g_m r_o \gg 1$ であるので，ω_u が以下のように求められる。

$$\omega_u = \omega_p\sqrt{|G_o|^2-1} = \frac{\sqrt{(g_m r_o)^2-1}}{C(r_o+R)}\left(\simeq \frac{g_m r_o}{C(r_o+R)}\right)$$

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　③電気磁気学

I

問１

(1) 導体球と中心を共有する半径rの球面を考え，ガウスの法則を適用する。この球面上の電界の大きさをEとすると，$r > a + t$では，

$$4\pi r^2 \varepsilon_0 E = Q \qquad \therefore\ E = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}\,.$$

$a < r < a + t$では，

$$4\pi r^2 \varepsilon E = Q \qquad \therefore\ E = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}}.$$

導体中では電界は０なので，$r < a$では$E = \underline{0}$．

(2) 電位$V(r)$は，(1)で得た電界から以下のように求められる。$r \geq a + t$では，

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}\,.$$

$a \leq r < a + t$では，

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (a+t)} - \int_{a+t}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} dr = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (a+t)} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a+t}\right)}\,.$$

$r < a$では，

$$V(r) = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (a+t)} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+t}\right)}\,.$$

(3) 求める静電エネルギーをW_eとすると，

$$W_e = \int_a^{a+t} \frac{\varepsilon}{2} E^2 \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{\varepsilon}{2}\int_a^{a+t} \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\right)^2 \cdot 4\pi r^2 dr$$
$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\int_a^{a+t} \frac{1}{r^2} dr = \underline{\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+t}\right)}\,.$$

問２

(1) 求める電流をIとすると，

$$I = \int_0^a (kr^2 + h)\cdot 2\pi r\, dr = 2\pi \left[\frac{kr^4}{4} + \frac{hr^2}{2}\right]_0^a$$
$$= \underline{\pi a^2 \left(\frac{ka^2}{2} + h\right)}\,.$$

(2) 磁束密度の大きさをBとおき，z軸上の点を中心とする半径rの円においてアンペアの法則を適用すると，$r < a$では，

$$2\pi r B = \mu_0 \int_0^r (kr^2 + h) \cdot 2\pi r \, dr = \mu_0 \pi r^2 \left(\frac{kr^2}{2} + h \right)$$

$$\therefore \ \underline{B = \frac{\mu_0 r}{2} \left(\frac{kr^2}{2} + h \right)}.$$

$r > a$では，

$$2\pi r B = \mu_0 \pi a^2 \left(\frac{ka^2}{2} + h \right)$$

$$\therefore \ \underline{B = \frac{\mu_0 a^2}{2r} \left(\frac{ka^2}{2} + h \right)}.$$

(3) 点Ｐにおける磁束密度$\boldsymbol{B}_p$の大きさは，$p > a$なので，

$$B_p = \frac{\mu_0 a^2}{2p} \left(\frac{ka^2}{2} + h \right)$$

$\boldsymbol{B}_p$の向きはx軸の負の向きだから，

$$\boldsymbol{B}_p = (-B_p,\ 0,\ 0)$$

と表せる。よって，微小粒子に働くローレンツ力$\boldsymbol{F}$は，

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{F} &= q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_p = q(0,\ -2c,\ c) \times (-B_p,\ 0,\ 0) \\
&= q \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ 0 & -2c & c \\ -B_p & 0 & 0 \end{vmatrix} = q(-cB_p \boldsymbol{e}_y - 2cB_p \boldsymbol{e}_z) \\
&= q(0,\ -cB_p,\ -2cB_p) \\
&\underline{= \frac{\mu_0 q a^2 c}{2p} \left(\frac{ka^2}{2} + h \right) (0,\ -1,\ -2)}.
\end{aligned}$$

ここで，$\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$および $\boldsymbol{e}_z$は，それぞれx軸方向，y軸方向およびz軸方向の単位ベクトルである。

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻
試験科目名	専門科目　④情報理論

問１　図より，

$$T = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ x & 1-x \\ p & 1-p \end{bmatrix}$$

問２　発生確率 $P_{\bar{0}}, P_{\bar{1}}$ は以下の通り。

$$\begin{bmatrix} P_{\bar{0}} \\ P_{\bar{1}} \end{bmatrix} = T^T \begin{bmatrix} P_0 \\ P_n \\ P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-p & x & p \\ p & 1-x & 1-p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(1-p) + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}p \\ \frac{1}{4}p + \frac{1}{2}(1-x) + \frac{1}{4}(1-p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

問３

公式

$$I(A;B) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{m} P(a_k, b_l) \log_2 \frac{P(a_k, b_l)}{P(a_k)P(b_l)}$$

から求める。

同時確率は，$P(0,\bar{0}) = P(\bar{0}|0)P_0 = \frac{1}{4}(1-p)$, $P(n,\bar{0}) = P(\bar{0}|n)P_n = \frac{1}{2}x$, $P(1,\bar{0}) = P(\bar{0}|1)P_1 = \frac{1}{4}p$
同様にして，$P(0,\bar{1}) = \frac{1}{4}p$, $P(n,\bar{1}) = \frac{1}{2}(1-x)$, $P(1,\bar{1}) = \frac{1}{4}(1-p)$ となる。

よって，

$$I(A;B) = P(0,\bar{0}) \log_2 \frac{P(0,\bar{0})}{P_0 P_{\bar{0}}} + P(n,\bar{0}) \log_2 \frac{P(n,\bar{0})}{P_n P_{\bar{0}}} + P(1,\bar{0}) \log_2 \frac{P(1,\bar{0})}{P_1 P_{\bar{0}}}$$

$$+P(0,\bar{1}) \log_2 \frac{P(0,\bar{1})}{P_0 P_{\bar{1}}} + P(n,\bar{1}) \log_2 \frac{P(n,\bar{1})}{P_n P_{\bar{1}}} + P(1,\bar{1}) \log_2 \frac{P(1,\bar{1})}{P_1 P_{\bar{1}}}$$

$$= \frac{1}{4}(1-p) \log_2 \frac{\frac{1}{4}(1-p)}{\frac{1}{4}P_{\bar{0}}} + \frac{1}{2}x \log_2 \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}P_{\bar{0}}} + \frac{1}{4}p \log_2 \frac{\frac{1}{4}p}{\frac{1}{4}P_{\bar{0}}}$$

$$+\frac{1}{4}p \log_2 \frac{\frac{1}{4}p}{\frac{1}{4}P_{\bar{1}}} + \frac{1}{2}(1-x) \log_2 \frac{\frac{1}{2}(1-x)}{\frac{1}{2}P_{\bar{1}}} + \frac{1}{4}(1-p) \log_2 \frac{\frac{1}{4}(1-p)}{\frac{1}{4}P_{\bar{1}}}$$

$$= \frac{1}{2}(p \log_2 p + (1-p) \log_2 (1-p)) + \frac{1}{2}(x \log_2 x + (1-x) \log_2 (1-x))$$

$$-\frac{1}{2}(x \log_2 P_{\bar{0}} + (1-x) \log_2 P_{\bar{1}}) - \frac{1}{4}(\log_2 P_{\bar{0}} + \log_2 P_{\bar{1}})$$

$$=\frac{1}{2}(p\log_2 p+(1-p)\log_2(1-p))+\frac{1}{2}(x\log_2 x+(1-x)\log_2(1-x))$$

$$-P_{\bar{0}}\log_2 P_{\bar{0}}-P_{\bar{1}}\log_2 P_{\bar{1}}$$

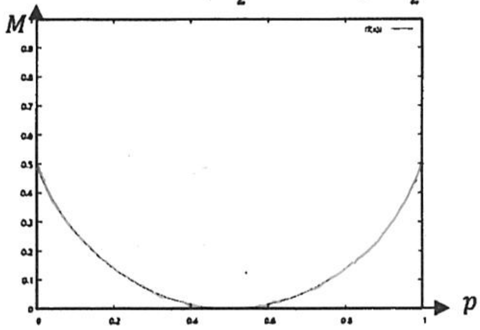
問４　$x=\frac{1}{2}$のとき，$P_{\bar{0}}=P_{\bar{1}}=\frac{1}{2}$ よって，

$$M=\frac{1}{2}(p\log_2 p+(1-p)\log_2(1-p))+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}\right)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{4}\left(\log_2\frac{1}{2}+\log_2\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(p\log_2 p+(1-p)\log_2(1-p))+\frac{1}{2}$$

図は下記の通り，$p=0$ または１ のとき，最大値 $\frac{1}{2}$ を取り，$p=\frac{1}{2}$ のとき，最小値０を取る。



問５ 相互情報量の最大値$M_{\max}$が$H(A)$の値と等しいときは，送信側の情報が通信路を通して全て受信側に伝わっている状態であるが，問題の通信路では受信記号から送信記号を確定的に決めることができない。例えば，$p=0, x=0$ と遷移を確定的にしても$\bar{1}$ を受信したときには送信記号nであるか１であるかを確定することができず，あいまいさが残る。つまり，通信路は送信側の全ての情報を伝えることができず，$M_{\max}$は$H(A)$と等しくはならない。

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻
試験科目名	専門科目　⑤アルゴリズムとデータ構造

I.

問1.

(1) ① p->next　② new

(2) 0, 1, 2, 3, 4 がこの順番で環状に格納されている。ポインターp は 4 が格納されているノードを指している。

(3) 表示される数字は 1。また，n と m が一般の正の整数の場合，(m-1)%n となる。

(4) ポインターを p が指すノードの次のノードを環状リストから削除する。

(5) k が 0 のループで p が 1 のある場所に移動し，次の 2 が削除されて，0, 1, 3, 4 の順の環状リストとなる。

k が 1 のループで p が 0 のある場所に移動し，次の 1 が削除されて，0, 3, 4 の順の環状リストとなる。

k が 2 のループで p が 3 のある場所に移動し，次の 4 が削除されて，0,3 の順の環状リストとなる。

k が 3 のループで p が 0 のある場所に移動し，次の 3 が削除されて，0 だけの環状リストとなる。

⑥で 0 が表示される。

問2.

(1)
```
void sort(int x[], int s, int t){
    int i, m, tmp;
    for (i = t-1; i > s; i--) {
        m = argmax(x, s, i+1);
        tmp = x[i];
        x[i] = x[m];
        x[m] = tmp;
    }
}
```

(2)
```
void sort(int x[], int s, int t){
    if(t-s==1)return;
    sort(x, s, (s+t)/2);
    sort(x, (s+t)/2, t);
    merge(x, s, (s+t)/2, t);
}
```

(3) 選択ソート: $O(N^2)$，マージソート: $O(N\log N)$ 。

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　⑥論理回路

I

問１

$\underline{(A+B+C)(\bar{A}+B)=B\bar{A}+C\bar{A}+AB+B+CB=C\bar{A}+(1+C)B=C\bar{A}+B}$

問２

$(X\oplus A\oplus B)(X\oplus AB)=X\oplus ABX\oplus AX\oplus AB\oplus BX\oplus AB=X\oplus ABX\oplus AX\oplus BX=(X\oplus AX)\oplus(BX\oplus ABX)$

$=(1\oplus A)X\oplus(1\oplus A)BX=\bar{A}X\oplus\bar{A}BX=(1\oplus B)\bar{A}X$

$\underline{=\bar{A}\bar{B}X}$

問３ (1)

$\underline{A}$	$\underline{B}$	S	C
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

(2)

$\underline{S=A\oplus B\qquad(=\bar{A}\cdot B+A\cdot\bar{B}=(A+B)\cdot\overline{A\cdot B})}$

$\underline{C=A\cdot B}$

(3)

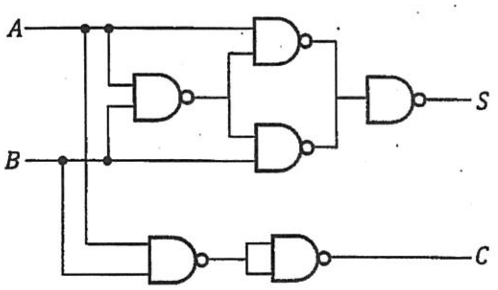
XOR と AND の NAND 表現は

$A\oplus B=\bar{A}\cdot B+A\cdot\bar{B}=A\cdot\bar{A}+\bar{A}\cdot B+A\cdot\bar{B}+\bar{B}\cdot B=A\cdot(\bar{A}+\bar{B})+(\bar{A}+\bar{B})\cdot B$

$\qquad=A\cdot\overline{A\cdot B}+\overline{A\cdot B}\cdot B=\overline{\overline{A\cdot\overline{A\cdot B}}}+\overline{\overline{\overline{A\cdot B}\cdot B}}=\overline{\overline{A\cdot\overline{A\cdot B}}\cdot\overline{\overline{A\cdot B}\cdot B}}$

$A\cdot B=\overline{\overline{A\cdot B}}=\overline{\overline{A\cdot B}\cdot\overline{A\cdot B}}$

となるので，共通するゲートをまとめて下図の通りとなる。



令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	電子情報通信学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　⑥論理回路

II

問１

```
      A =   1 1 1 1
 +)   B =   1 1 1 0
  A + B = 1 1 1 0 1
```

∴ $C_0=0$, $C_1=1$, $C_2=1$, $C_3=1$

問２

M が１の時のみ B の代わりに B の２の補数 $\bar{B}+1$ を入力すればよいので，４ビット加算器に対し

① B の代わりに $B \oplus M$ を入力する

② 一桁目の繰り上がり入力に M を入力する

の２点の変更を加える。