

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | |
|-------|------------------------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学系 ①材料力学 |

P. 1 / 18

- I を 1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)①材料力学 - I と記入すること。
- 解答の経緯を省略せず、明記すること。

I

以下の問1および問2に答えなさい。

問1 図1-1に示すように、左端が壁に固定された縦弾性係数 E の段付き丸棒に集中荷重 P および F が図に示す位置および矢印の向きに作用する場合を考える。段付き丸棒の太い部分の断面積は $2S$ 、長さは ℓ 、細い部分の断面積は S 、長さは 2ℓ である。以下の設問に答えなさい。

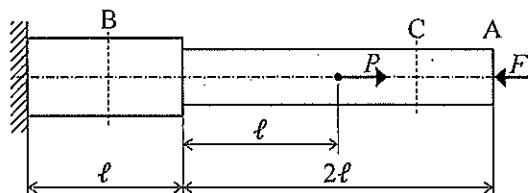


図1-1

- (1) 集中荷重 P のみが作用したときの棒先端の A 面の水平方向変位 δ_P 、集中荷重 F のみが作用したときの棒先端の A 面の水平方向変位 δ_F をそれぞれ求めなさい。ただし、水平方向変位は右向きを正とする。
- (2) 集中荷重 P および F が同時に作用したとき、棒先端の A 面の水平方向変位が 0 となるための P と F の関係式を示し、B 断面、C 断面に生じる垂直応力 σ_B 、 σ_C を P 、 S のみを用いて表しなさい。ただし、垂直応力は引張応力を正と定義する。

問2 図1-2に示すように、横弾性係数 G 、長さ ℓ 、直径 d の中実の丸軸1と、横弾性係数 G 、長さ 3ℓ 、内径 d 、外径 d_0 の中空の丸軸2が、剛体円板を介して同軸になるように連結されており、丸軸1の左端と丸軸2の右端が壁に固定されている。剛体円板の軸線まわりに大きさ T_0 のねじりモーメントを加え、剛体円板がねじりモーメントの向きに角度 ϕ_0 だけ軸線まわりに回転した場合を考える。円周率を π として以下の設問に答えなさい。なお、半径 r の円形断面の断面2次極モーメントは $\pi r^4 / 2$ である。

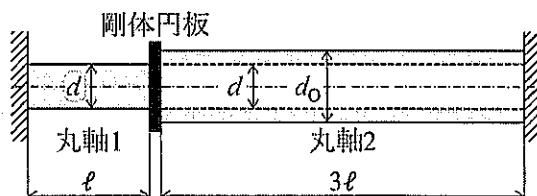


図1-2

- (1) 丸軸1が左側の壁から受けるねじりモーメントの大きさ T_1 、丸軸2が右側の壁から受けるねじりモーメントの大きさ T_2 を、 ϕ_0 を含む形でそれぞれ求めなさい。
- (2) $T_1 = T_2$ とするための d と d_0 の関係式を示し、剛体円板に加えたねじりモーメント T_0 を G 、 ℓ 、 d 、 ϕ_0 および π を用いて表しなさい。

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|------------------------|-----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学系 ①材料力学 | P. 2 / 18 |

- IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)①材料力学-IIと記入すること。
- 解答の経緯を省略せず、明記すること。

II

以下の問1～問3に答えなさい。なお、各図に示すはりの縦弾性係数は E 、断面二次モーメントは I 、長さは ℓ とする。また、たわみ角は時計回りを正、たわみは下向きを正とする。

問1 図2-1に示すように、A点が壁に固定された片持ちはりの先端B点に、下向きの集中荷重 P が作用している場合を考える。以下の設問に答えなさい。

- 固定端A点から x の位置における曲げモーメント $M_1(x)$ を、 ℓ , x , P を用いて示しなさい。
- 固定端A点から x の位置におけるたわみ $w_1(x)$ は次式で表される。

$$w_1(x) = \frac{P}{6EI} x^2 (3\ell - x)$$

固定端A点から x の位置におけるたわみ角 $\theta_1(x)$ を、 E , I , ℓ , x , P を用いて示しなさい。

- 中央C点のたわみ角 θ_{1C} とたわみ w_{1C} を、 E , I , ℓ , P を用いてそれぞれ示しなさい。
- 先端B点のたわみ角 θ_{1B} とたわみ w_{1B} を、 E , I , ℓ , P を用いてそれぞれ示しなさい。

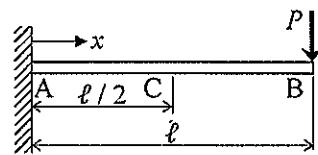


図2-1

問2 図2-2に示すように、A点が壁に固定された片持ちはりの中央C点に上向きの集中荷重 R を作らせ、先端B点に下向きの集中荷重 P を同時に作用させた場合を考える。以下の設問に答えなさい。

- 中央C点のたわみ w_{2C} を、 E , I , ℓ , P , R を用いて示しなさい。
- 先端B点のたわみ w_{2B} を、 E , I , ℓ , P , R を用いて示しなさい。

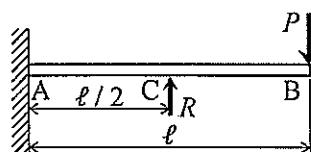


図2-2

問3 図2-3に示すように、A点が壁に固定された片持ちはりの中央C点に、一端が天井に固定されたばねを自然長になるよう垂直に取り付けた後に、先端B点に下向きの集中荷重 P を作させた場合を考える。ばねのばね定数を $24EI/\ell^3$ として、以下の設問に答えなさい。

- ばねに作用する引張力 R_C を、 P を用いて示しなさい。
- 中央C点のたわみ w_{3C} を、 E , I , ℓ , P を用いて示しなさい。
- 先端B点のたわみ w_{3B} を、 E , I , ℓ , P を用いて示しなさい。

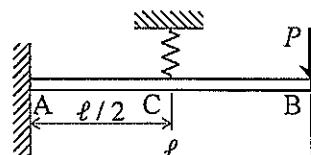


図2-3

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|-----------------------|-----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学 ②振動工学 | P. 3 / 18 |

- ・Iを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)②振動工学—I と記入してください。
- ・解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

図1に示すような棒、重り、バネからなる振り子の振動を考える。天井の支点周りになめらかに振動する長さLの棒の先端に、質量mの重りが取り付けられている。また、支点から距離aの点と壁の間にバネが水平に取り付けられている。棒が真下にあるときにバネは自然長であるものとし、バネ定数をkとする。棒の質量は考えない。鉛直下向きから反時計回りに測った棒の傾きを θ 、重力加速度をgとする。 θ は十分小さいとして、以下の間に答えなさい。

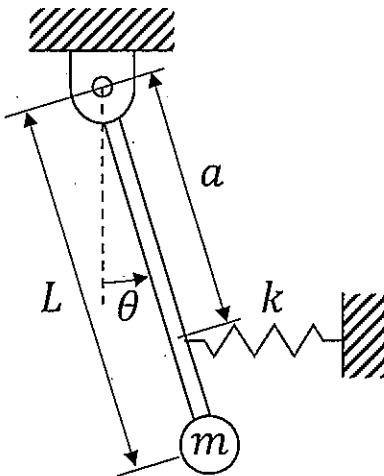


図1

問1 棒が傾いたとき、バネが棒に及ぼす支点周りの反時計回りのモーメントを求めなさい。

問2 棒が傾いたとき、重りに働く重力が棒に及ぼす支点周りの反時計回りのモーメントを求めなさい。

問3 棒と重りからなる振り子の支点周りの慣性モーメントを求めなさい。

問4 振り子の自由振動の運動方程式を求めなさい。

問5 時刻 $t = 0$ において振り子を θ_0 だけ傾け静かに放すと振動を始めた。振動の様子を $\theta(t) = A \cos \omega t$ と表したときのAおよび ω を求めなさい。

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|-----------------------|----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学 ②振動工学 | P.4 / 18 |

- IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)②振動工学-II と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

II

図2に示すように、質量の無視できる糸の一端を、バネ定数 k_1 の質量の無視できるバネ（バネ1）を介して床に結び、その糸を、半径 r 、質量 M の一様な円盤形状の定滑車に上から通してかけ、その先端に、バネ定数 k_2 の質量を無視できるバネ（バネ2）を介して質量 m の重りをつける。糸と滑車の間にすべりは生じないものとし、つり合い状態からの重りの下向きの変位を x 、同じくつり合い状態における定滑車の中心を横切る水平線からの時計回りの角変位を θ 、重力加速度を g とする。以下の間に答えなさい。

問1 つり合いの位置におけるバネ1およびバネ2の自然長からの伸びをそれぞれ求めなさい。

問2 この系の1次と2次の固有角振動数 ω_1 、 ω_2 を求めなさい。ただし、 $\omega_1 < \omega_2$ とする。

以下の設問では、 $M = 2m$ 、 $k_2 = 2k_1$ として答えなさい。

問3 重りに x 方向の外力 $F\cos\omega t$ が作用する場合、 x についての定常振動解を求めなさい。ただし、記号 M および k_2 を含まない表現に整理しなさい。

問4 問3のとき、重りの振幅応答曲線の概略を示しなさい。ただし、図3のように縦軸を重りの振幅の絶対値 $|X|$ 、横軸を角振動数 ω として示しなさい。

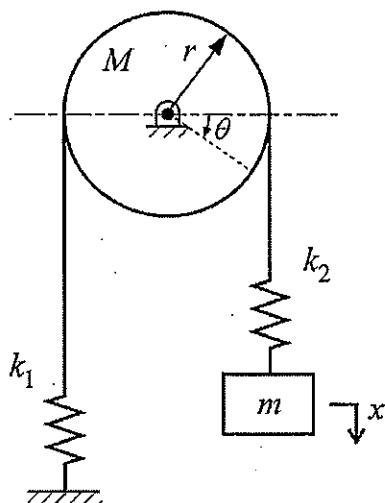


図2

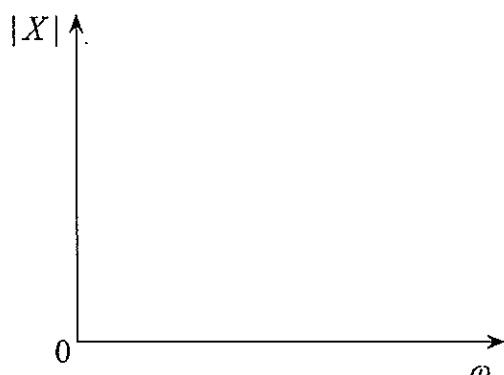


図3

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|-----------------------|-----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学系 ③流れ学 | P. 5 / 18 |

- Iを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)③流れ学-I と記入すること。
- 解答の経緯を省略せず、明記すること。

I

図1に示すように、大気圧下で、内径 d_1 [m]の直円管に出口内径 d_2 [m]の曲がりノズルが断面①の箇所で取り付けられている。管内の流れは、密度 ρ [kg/m³]の非圧縮性粘性流体の定常流れであり、断面②のノズル出口から大気中へ体積流量 Q [m³/s]で流出している。直円管とノズルの管中心を結んだ線は xy 面上の同一の水平面にある。 x 軸を直円管内の流れ方向に、 y 軸を x 軸と直交する方向に図1のようにとる。ノズル出口における流出方向は y 軸の負方向に対して θ [rad]だけ傾いている。断面①における流体の圧力 p_1 [Pa]は大気圧を基準としたゲージ圧であり、断面②における流体のゲージ圧は0 Paである。図1のように断面①と②に沿いノズルを囲む境界面をもつ検査体積を考え、重力の影響を無視して以下の設問に答えなさい。

- 問1 断面①における断面平均流速を求めなさい。
- 問2 断面②における断面平均流速を求めなさい。
- 問3 「単位時間当たりに検査体積へ流入する流体の運動量の x 方向成分」と「単位時間当たりに検査体積から流出する流体の運動量の x 方向成分」の差を求めなさい。
- 問4 「単位時間当たりに検査体積へ流入する流体の運動量の y 方向成分」と「単位時間当たりに検査体積から流出する運動量の y 方向成分」の差を求めなさい。
- 問5 検査体積の境界面に作用する圧力による力の x 方向成分を求めなさい。
- 問6 検査体積の境界面に作用する圧力による力の y 方向成分を求めなさい。
- 問7 ノズルにはたらく力の x 方向成分 F_x [N]を求めなさい。
- 問8 ノズルにはたらく力の y 方向成分 F_y [N]を求めなさい。
- 問9 ノズルにはたらく力の合力ベクトル F の大きさを F_x と F_y を用いて表しなさい。
- 問10 ノズルにはたらく力の合力ベクトル F が x 軸となす角度 α [rad]を F_x と F_y を用いて表しなさい。
- 問11 直円管の管中心から半径 r の位置の流速 $u(r)$ が、最大流速 u_{\max} [m/s]、管内側の半径 R ($= d_1/2$) [m]を用いて次式で与えられるとき、体積流量 Q を u_{\max} と d_1 を用いて表しなさい。

$$u(r) = u_{\max} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}$$

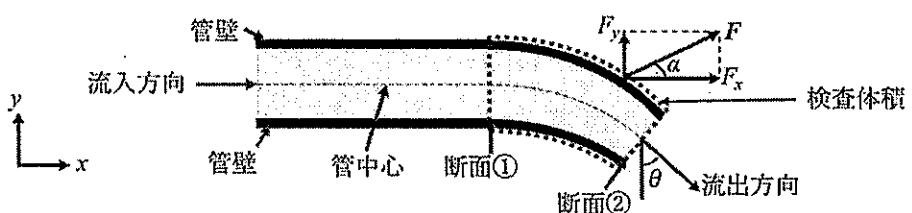


図1

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|-----------------------|-----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学系 ③流れ学 | P. 6 / 18 |

- IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)③流れ学-II と記入すること。
- 解答の経緯を省略せず、明記すること。

II

図2に示すように、ダムの水面が発電用タービンより高さ H [m]だけ鉛直上方の位置にあり、水が体積流量 Q [m³/s]で大気中（大気圧 p_0 [Pa]）に流出している。ダムと発電用タービンは、2つの曲がり部分（ペンド）を含む内径 d_1 [m]、長さ L_1 [m]の細い管と、内径 d_2 [m]、長さ L_2 [m]の太い直管を用いて接続され、それぞれの管内の水の平均流速は v_1 [m/s], v_2 [m/s]である。水の密度を ρ [kg/m³]、重力加速度を g [m/s²]として次の問い合わせに答えなさい。なお、流れは非圧縮性で定常である。

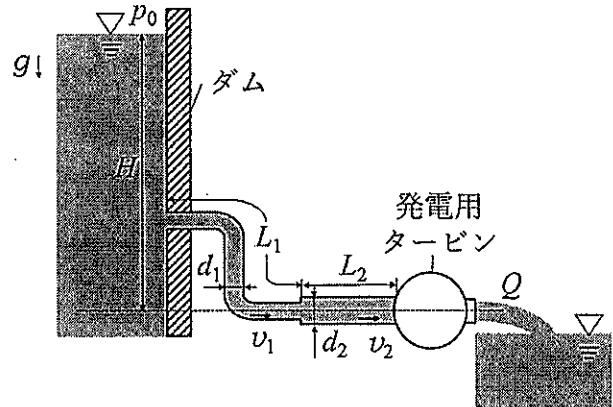


図2

はじめに、この管路系で流体損失を無視して以下の問い合わせに答えなさい。

- 問1 v_1 と v_2 の比を d_1 と d_2 を用いて表しなさい。
- 問2 タービン入口の圧力を p_2 [Pa]としてタービン入口と水面の圧力差 ($p_2 - p_0$) を、ベルヌーイの式を利用して求めなさい。
- 問3 タービンで取り出せる単位質量あたりの流体エネルギー W [J/kg]を ρ , p_2 , p_0 を用いて表しなさい。
ただし、タービン流出口の内径は d_2 である。
- 問4 タービンから取り出せる動力 L_p [W]を、 Q , ρ , g , H , v_2 を用いて表しなさい。

次に、この管路系で流体損失を考慮して、以下の問い合わせに答えなさい。なお、タービンによる損失ヘッドはタービンから取り出された仕事も含めて考えなさい。

- 問5 内径 d_1 、長さ L_1 の細い管と、内径 d_2 、長さ L_2 の太い管の管摩擦損失による損失ヘッドの和 h_f [m]を求めなさい。ただし、管摩擦係数はそれぞれ λ_1 , λ_2 としなさい。
- 問6 ダムの水が細い管に流入する管路入口での損失の損失係数を K_{ent} [-], ベンドひとつあたりの損失の損失係数を K_{bnd} [-], 細い管から太い管に急拡大する急拡大管における損失の損失係数を K_{SE} [-]として、この管路系で、これらの諸損失による損失ヘッドの和 h_m [m]を求めなさい。
- 問7 問5, 問6の損失を考慮して、タービンによる損失ヘッド h_t [m]を求めなさい。ただし、解答には h_f , h_m を用いて良い。その他の損失は無視しなさい。
- 問8 問7においてタービン入口のゲージ圧力 p'_2 を求めなさい。ただし、解答には h_t を用いなさい。

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|----------------------|-----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学 ④熱力学 | P. 7 / 18 |

- ・ Iを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)④熱力学ーI と記入すること。
- ・ 解答の経緯を省略せず、明記すること。

I

図1に示されるサイクルを行う熱機関がある。作動ガスは理想気体とし、気体定数を R [J/(kg·K)]、比熱比 (=定圧比熱と定積比熱の比) を κ とする。各点での圧力 p [Pa]、比体積 v [m³/kg]、温度 T [K]は添字をつけて表す。例えば状態1の圧力は p_1 と表す。また、比熱は温度に関係なく一定であるとする。以下の問いに答えなさい。

問1 T_2/T_1 と T_3/T_4 を圧力比 $\alpha (= p_2/p_1)$ を用いて表しなさい。

問2 このサイクルの熱効率 η を、 α と κ を用いて表しなさい。

問3 圧縮比 $\varepsilon (= v_1/v_2) = 6$ 、 $\kappa = 1.4$ のとき、このサイクルの熱効率を求めなさい。

問4 圧縮比 $\varepsilon = 6$ 、 $v_3/v_1 = 0.7$ 、 $\kappa = 1.4$ のとき、状態2から状態3へ変化する過程におけるエントロピーの変化量 Δs [J/(kg·K)]を気体定数 R を用いて表しなさい。

問5 このサイクルの $T-s$ (温度-比エントロピー) 線図を描き、各状態の番号(1~4)を記入しなさい。
また、状態3から圧力が p_1 になるまで断熱変化する過程で不可逆損失が生じる場合、その経路を $T-s$ 線図上に点線で記入しなさい。

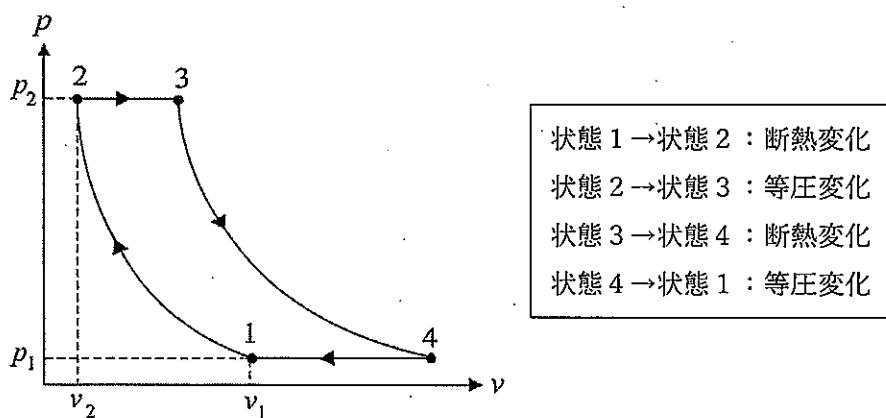


図1

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|----------------------|----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (a)機械工学 ④熱力学 | P.8 / 18 |

- IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (a)④熱力学-IIと記入すること。
- 解答の経緯を省略せず、明記すること。

II

図2のような $p-v$ (圧力-比体積) 線図で作動する理想的なランキンサイクルについて考える。給水ポンプ、ボイラ、タービン発電機、復水器で構成され、作動媒体は水とし、状態1~4における比エンタルピーを $h_1=138 \text{ kJ/kg}$, $h_2=150 \text{ kJ/kg}$, $h_3=3380 \text{ kJ/kg}$, $h_4=2010 \text{ kJ/kg}$ とする。また、タービン発電効率 η_t は 0.8 とする。

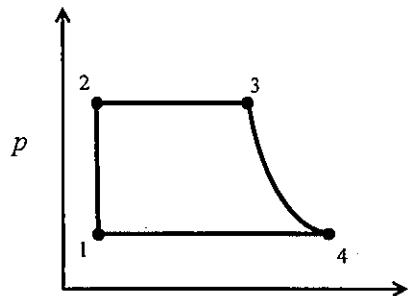


図2

- 問1 このランキンサイクルの $T-s$ (温度-比エントロピー) 線図を描き、サイクルの動作の方向および図2中の1~4に対応する点を表示しなさい。また、飽和液線、乾き飽和蒸気線の概形も記載しなさい。

- 問2 このランキンサイクルの熱エネルギーから電力への熱効率 η_e を求めなさい。

外気温度を 278K とし、室内に熱を供給し 308K に保温する暖房において、上記のランキンサイクルで発電された電力を利用するヒートポンプと、燃料を火炎温度 2000K で燃焼させるストーブの 2 つの方法でのエネルギー消費量について考える。送電などの本問題文中に言及していない要素での損失は無視する。

- 問3 外気温度を基準とした時のストーブのエクセルギー効率 η_e を求めなさい。

- 問4 ランキンサイクルに投入する熱量を $Q_{in} [\text{W}]$ 、ヒートポンプの成績係数 (COP) を $\varepsilon [-]$ として、ヒートポンプを使用した際に得られる、暖房熱量 $Q_{hp} [\text{W}]$ を、 Q_{in} , ε , ランキンサイクルの熱効率 η_e を用いて表しなさい。

- 問5 同発熱量の燃料に対して、ヒートポンプによる暖房が、ストーブと比較して燃料消費量を低く抑えるためには、ヒートポンプの成績係数 (COP) をどのような範囲にする必要があるか η_e , η_c , Q_{in} の中から必要なものを用いて表しなさい。

令和5年度(10月期入学)及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|---------------------------|----------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻(一般選抜) | |
| 試験科目名 | 専門科目(b)化学工学系 ①プロセス工学量論 | P.9 / 18 |

- 1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)①プロセス工学量論 と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

以下の問1～問4に答えなさい。

問1 以下に示す物理量の単位をSI基本単位のみで示しなさい。

- 体積流量
- 粘性係数
- 熱力学的仕事

問2 図1に示すプロセスで逐次蒸留を行う。原料供給量を F [kg·h⁻¹]、蒸留塔1の留出液量を D_1 [kg·h⁻¹]、缶出液量を W_1 [kg·h⁻¹]とする。ここで、 W_1 はそのまま蒸留塔2に供給される。また、蒸留塔2の留出液量を D_2 [kg·h⁻¹]、缶出液量を W_2 [kg·h⁻¹]とする。いま、成分A, B, Cからなる三成分混合液の蒸留を、 $F = 100 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$, $W_1 = 50 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$, $W_2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ として行ったところ、 F , D_1 , D_2 における各成分の組成(質量パーセント)は表1の通りだったとする。以下の設問(1), (2)に答えなさい。

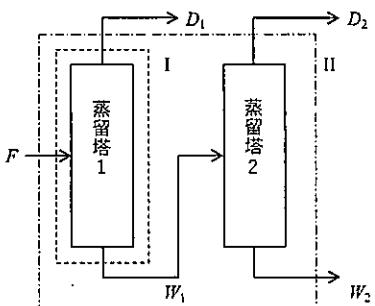


図1 逐次蒸留のダイアグラム

表1 供給液、留出液中の組成

| | A | B | C |
|-------|-----|-----|-----|
| F | 50 | 30 | 20 |
| D_1 | 95 | 3.0 | 2.0 |
| D_2 | 7.0 | 85 | 8.0 |

(数字は質量パーセントを表す)

- 図1の破線、一点鎖線で囲まれた部分I, IIにおける全物質の収支から D_1 と D_2 の値を求めなさい。
- 図1の破線、一点鎖線で囲まれた部分I, IIにおける成分Aの収支から W_1 , W_2 中の成分Aの質量分率 w_{AW1} , w_{AW2} の値をそれぞれ求めなさい。

問3 連続多段式蒸留における全還流について、以下の【】内の用語を全て用いて説明しなさい。

【低沸点成分、還流、操作線、最小理論段数】

問4 1.0 mol のプロパン (C_3H_8) と 25 mol の空気を燃焼器に導入したところ、プロパンの転化率が 0.90 であった。燃焼器出口におけるプロパンのモル分率を求めなさい。ただし、空気の組成は $O_2: 21\%$, $N_2: 79\%$ とし、反応生成物は CO_2 と H_2O のみであるとする。

| | |
|--|-------------------------------------|
| 令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙 | |
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目 (b) 化学工学系 ②移動現象論（流体工学・伝熱工学） |

P. 10 / 18

- ・ I を 1 枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)②移動現象論—I と記入してください。
- ・ 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

円管内流体の流動状態に関する以下の問 1～問 4 に答えなさい。ただし、水の密度と粘度は ρ_w 、 μ_w で、空気の密度と粘度は ρ_a 、 μ_a でそれぞれ表記する。

問 1 内径 D の円管内を水が平均流速 U で流れている。この場合のレイノルズ数 Re を記しなさい。また、平均流速 U と体積流量 Q の関係式を表しなさい。

問 2 $D = 205 \text{ mm}$ の円管に $U = 0.10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ で水 ($\rho_w = 0.998 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, $\mu_w = 10.1 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$) を流したときの流動状態を Re の値に基づいて判定しなさい。

問 3 内径 $D/10$ の円管に水を体積流量 Q_1 で流す。問 1 と同じ流動状態にするために必要な Q_1 を表す式を求めなさい。

問 4 内径 D の円管に空気を体積流量 Q_2 で流す。問 1 と同じ流動状態にするために必要な Q_2 を表す式を求めなさい。

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|-------------------------------------|------------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (b) 化学工学系 ②移動現象論（流体工学・伝熱工学） | P. 11 / 18 |

- IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)②移動現象論-II と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

II

高温流体が流れる外半径 r_o の細い円管から温度 T_o の周囲空気への放熱を低減するために、図1に示すように、円管の外側に熱伝導率 k の断熱材を円管中心から R の位置まで施す場合を考える。円管の長さを L 、その外表面温度を T_R ($T_o > T_R$) とし、断熱材層内の熱移動は半径 r 方向のみと仮定して以下の問1～問4に答えなさい。

問1 断熱材層内の半径 r 方向の伝熱量 \dot{Q}_1 は、式(II.1)に示すフーリエの法則で表される。ここで、 T は温度、 A_r は伝熱面積である。

$$\dot{Q}_1 = -kA_r \frac{dT}{dr} \quad (\text{II.1})$$

断熱材層内の熱抵抗 R_{th1} が式(II.2)で表されることを示しなさい。なお、断熱材層の外表面温度は T_R とする。

$$R_{th1} = \frac{\ln(R/r_o)}{2\pi L k} \quad (\text{II.2})$$

問2 断熱材層の外表面から周囲空気への対流熱伝達過程における熱抵抗 R_{th2} が式(II.3)で表されることを示しなさい。ここで、 h は断熱材層外表面における熱伝達率である。

$$R_{th2} = \frac{1}{2\pi R L h} \quad (\text{II.3})$$

問3 温度差 $T_o - T_\infty$ を推進力とする円管外表面から周囲空気への伝熱量 \dot{Q} を表す式を記しなさい。

問4 比較的細い円管に断熱材を施すと、断熱材がない裸管の場合に比べて周囲空気への伝熱量 \dot{Q} がかえって増えることがある。 \dot{Q} が最大値を示す R を求めなさい。

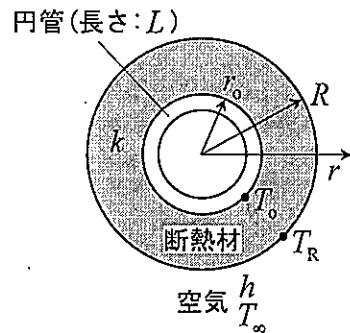


図1 断熱材を施した円管

| | | |
|--|---------------------------------|-----------|
| 令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙 | | |
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (b) 化学工学系 ③化学反応速度論・反応工学 | P.12 / 18 |

- I, IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)③化学反応速度論・反応工学—I, IIと記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

五酸化二窒素 (N_2O_5) の 298 K における分解反応 $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ は、五酸化二窒素の 1 次反応で表される。このとき、以下の問1～問2に答えなさい。

問1 五酸化二窒素の初濃度を $C_{A0} [\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}]$ 、ある時間 $t [\text{s}]$ における濃度を $C_A [\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}]$ 、速度定数を $k_r [\text{s}^{-1}]$ としたとき、 C_A の時間変化を C_{A0} , t および k_r で表しなさい。

問2 この反応において、反応時間 $t [\text{s}]$ に対して C_A/C_{A0} の自然対数 [$= \ln(C_A/C_{A0})$] をプロットしたところ、傾きが $-3.38 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ の右下がりの直線が得られた。この反応の速度定数 k_r 、半減期 $t_{1/2}$ 、および時定数 τ を求めなさい。

II

リンデマン—ヒンシェルウッド機構が成立する場合、反応成分の濃度の逆数に対して実効的な速度定数 k_r の逆数をプロットすると直線が得られ、その直線の傾きの逆数から活性化ステップの速度定数 k_a が求められる。リンデマン—ヒンシェルウッド機構の気相反応 $A \rightarrow P$ において、実効的な速度定数 k_r は、成分 A の濃度が $C_{A1} = 4.37 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ のとき $k_{r,1} = 1.70 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ であり、濃度が $C_{A2} = 1.00 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ のとき $k_{r,2} = 2.20 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ である。このとき、この機構の活性化ステップの速度定数 k_a を計算しなさい。

| | | |
|--|---------------------------------|------------|
| 令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙 | | |
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (b) 化学工学系 ③化学反応速度論・反応工学 | P. 13 / 18 |

- IIIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)③化学反応速度論・反応工学—III と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

III

微生物の連続培養プロセスに関する、次の問1～問2に答えなさい。

問1 図1は連続攪拌槽型反応器（CSTR）による微生物培養プロセスを表している。体積流量 v で微生物濃度 C_{x0} および基質濃度 C_{s0} の培地を体積 V の反応器に供給し、微生物濃度 C_x および基質濃度 C_s の培養液を抜き取っている。また、反応器内の微生物増殖速度 r_x は、培養液中の微生物濃度 C_x と比増殖速度 μ を用いて $r_x = \mu C_x$ と表される。このプロセスにおいて、希釈率 ($D = v/V$) を操作することで反応器内の微生物増殖速度を制御可能であること ($D = \mu$ となること) を導きなさい。

問2 反応器体積 $V = 1.25 \times 10^{-1} \text{ m}^3$ の CSTR を用いたパン酵母の連続培養を計画した。基質濃度 C_{s0} が $4.75 \times 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ の培地を、体積流量 $v = 7.20 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ に設定して運転を行ったところ、培養液中の菌体濃度が低下していく、最終的に $0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ となった（ウォッシュアウト）。この理由について、臨界希釈率 D_{crit} と設定した希釈率 D_{set} の値を比較することで説明しなさい。ただし、パン酵母の増殖速度は Monod の式によって表されることとし、最大比増殖速度 μ_{\max} は $2.50 \times 10^{-1} \text{ h}^{-1}$ 、飽和定数 K_s は $2.00 \times 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、菌体濃度は対基質菌体収率 ($Y_{x/s}$ [-]) を用いて $C_x = Y_{x/s}(C_{s0} - C_s)$ で表されるものとする。

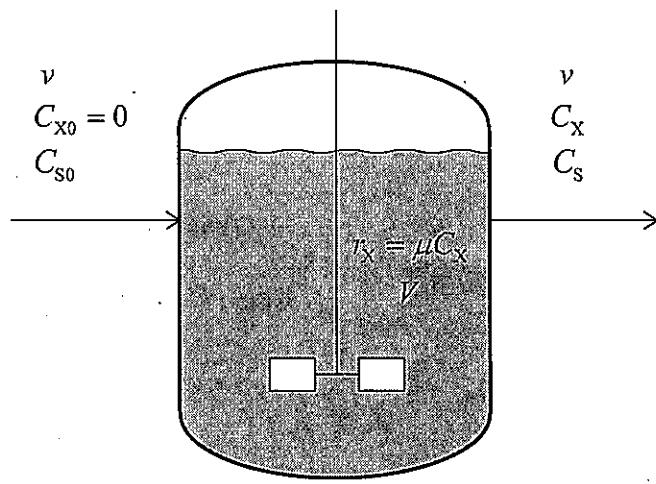


図1 微生物培養プロセス

| | |
|--|--------------------------------|
| 令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙 | |
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目 (b)化学工学系 ④化学工学熱力学・物理化学 |

P. 14 / 18

- ・ I, II を 1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)④化学工学熱力学・物理化学 – I, II と記入してください。
- ・ 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

以下の問1～問2に答えなさい。ただし、大気圧は、0.101 MPa とし、原子量はそれぞれ、H = 1.00, N = 14.0, O = 16.0, Ar = 40.0 とする。また、気体定数は $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ を用いなさい。

問1 完全気体に関する以下の設問(1)～(2)に答えなさい。

- (1) 1モルの完全気体において、モル定容熱容量 C_V とモル定圧熱容量 C_p との間に

$$C_p - C_V = R$$

が成立することを示しなさい。

- (2) 大気圧下において、80.0 g のアルゴンを 25°C から 45°C まで加熱するのに必要な熱量を求めなさい。
ただし、アルゴンは完全気体とし、熱容量は温度に依存しないとする。

問2 完全気体の理想希薄溶液に関する以下の設問(1)～(2)に答えなさい。ただし、窒素および酸素は完全気体とする。

- (1) 大気圧下にて、温度 298 K の窒素 3.00 L と酸素 2.00 L を混合し、全圧を 10.0 MPa とした。酸素の分圧を求めなさい。

- (2) (1)の混合気体と水 1.00 L を密閉容器に封入し、温度 298 K にて平衡状態に達したとき、混合気体の全圧は 8.00 MPa であった。このときの水中の酸素の濃度を質量分率で求めなさい。ただし、298 K において水に溶け込んだ酸素に対するヘンリーの法則の定数は、 $K = 7.92 \times 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ とする。

| | |
|--|---------------------------------|
| 令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙 | |
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目 (b) 化学工学系 ④化学工学熱力学・物理化学 |

P. 15 / 18

- I, IIを1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (b)④化学工学熱力学・物理化学 – I, II と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

II

ベンゼンは紫外線を吸収することが知られている。ベンゼン分子を円として、 π 電子がこの円周上を自由に動き回るとする。このとき、ベンゼン分子の π 電子のシュレーディンガー方程式は次式で与えられる。

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 I} \frac{d^2}{d\theta^2} \psi = E\psi$$

ただし、 \hbar はプランク定数、 ψ は波動関数、 I は慣性モーメントである。この π 電子が吸収する電磁波に関する以下の問1～問3に答えなさい。

問1 このシュレーディンガー方程式の一般解は、 m_l を整数、 A および B を定数として、以下のように表すことができる。

$$\psi = A \cos m_l \theta + B \sin m_l \theta$$

このとき、 π 電子のエネルギー固有値を求めなさい。

問2 ベンゼンの半径を 0.14 nm として、ベンゼンの π 電子が $m_l = 1$ から $m_l = 2$ の状態に遷移するときに吸収する電磁波のエネルギーを計算しなさい。ただし、電子の質量を 9.11×10^{-31} kg、プランク定数を $\hbar = 6.63 \times 10^{-34}$ J·s とする。

問3 問2の電磁波の波長を計算しなさい。ただし、光速を $c = 3.00 \times 10^8$ m·s⁻¹ とする。

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | | |
|-------|--------------------------|------------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） | |
| 試験科目名 | 専門科目 (c)電子情報工学系 ①電気回路 | P. 16 / 18 |

- I, IIをそれぞれ1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には
- それぞれ (c)①電気回路-I (c)①電気回路-II と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

図1の定常状態の交流回路に関して、以下の間に答えなさい。図1の交流回路には、交流電流源*i(t)* = $\sqrt{2}|I|\sin(\omega t + \pi/2)$ [A] (実効値|I| [A], 角周波数 ω [rad/s], 時間t [s]), 抵抗R [Ω], コンデンサC [F]が接続されている。

- 問1 電気回路の交流解析において、複素数表示を用いる利点を述べなさい。
- 問2 交流電流源*i(t)*の複素数表示を示しなさい。(i(t)の位相角に注意すること。)
- 問3 右側の抵抗Rの両端の電圧V [V] (図1に記載) を複素数表示で求めなさい。
- 問4 |I| = 1 A のとき、角周波数 ω を0から∞まで変化させたときの電圧Vのフェーザ軌跡の式とグラフを示しなさい。
- 問5 |I| = 1 A のとき、電源が回路全体に供給する有効電力P [W]を求めなさい。

II

図2の直流回路に関して、以下の間に答えなさい。図2の直流回路には、直流電圧源E [V], 抵抗R₁ [Ω], R₂ [Ω], コイルL [H]が接続されている。ここで、時刻t < 0においてスイッチSは閉じており、t = 0でスイッチSを開いたとする。

- 問1 t < 0の定常状態のとき、コイルに流れる電流*i(t)* [A]を求めなさい。
- 問2 t ≥ 0のとき、電流*i(t)*に関する回路方程式を示しなさい。
- 問3 問2で求めた回路方程式を解き、t ≥ 0のときの電流*i(t)*を求めなさい。
- 問4 E = 2 V, R₁ = R₂ = 1 Ω, L = 2 Hのとき、電流*i(t)*の時間変化をグラフに示しなさい。
(同じグラフ内にt ≥ 0だけではなくt < 0の範囲も示すこと。)

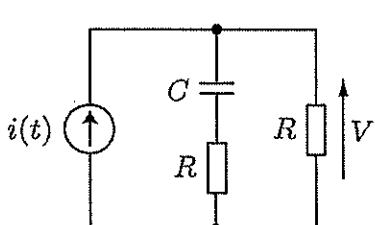


図1

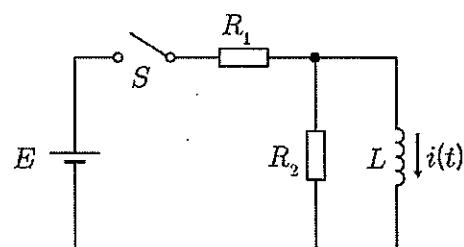


図2

令和5年度（10月期入学）及び令和6年度 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験
問題用紙

| | |
|-------|--------------------------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目 (c)電子情報工学系 ②電子回路 |

P. 17 / 18

- 1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には (c)②電子回路 と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

オペアンプを用いたバターワース型の能動低域通過フィルタ（LPF）について、以下の間に答えなさい。
ここで、オペアンプの入力インピーダンスは ∞ 、差動利得は ∞ 、出力インピーダンスは 0 とする。
また、 n 次バターワース型 LPF の周波数特性 $H(\omega)$ の絶対値 $|H(\omega)|$ は、直流での電圧利得の絶対値を H_0 、遮断角周波数を ω_c として、次式で与えられる。

$$|H(\omega)| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}$$

問 1 図 1 は 1 次能動 LPF であり、バターワース特性を持つ。この回路の周波数特性 $H_1(\omega)$ を求め、利得 H_0 と遮断角周波数 ω_{c1} を求めなさい。

問 2 図 2 は 2 次能動 LPF である。同図において、 p と q はいずれも正の値の定数である。この回路の周波数特性 $H_2(\omega)$ を求めなさい。

問 3 $H_2(\omega)$ がバターワース特性であるとき、 q を p を用いて表しなさい。また、そのときの遮断角周波数 ω_{c2} を p 、 C 、 R を用いて表しなさい。

問 4 図 3 は、図 1 に示す 1 次能動 LPF と図 2 に示す 2 次能動 LPF を組み合わせた 3 次能動 LPF であり、 p と q はいずれも正の値の定数である。この回路の周波数特性を $H_3(\omega)$ とする。問 1 で求めた ω_{c1} と問 3 で求めた ω_{c2} は同一の値で $\omega_{c1} = \omega_{c2} = \omega_c$ とするとき、 $H_3(\omega)$ を、 H_0 、 p 、 q 、 ω 、 ω_c を用いて表しなさい。なお、問 3 で求めた q と p の関係式は用いないこと。

問 5 $H_3(\omega)$ がバターワース特性であるとき、 q を p を用いて表しなさい。

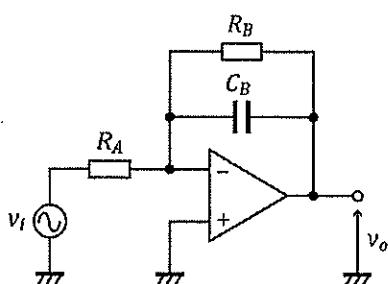


図 1 1 次能動 LPF

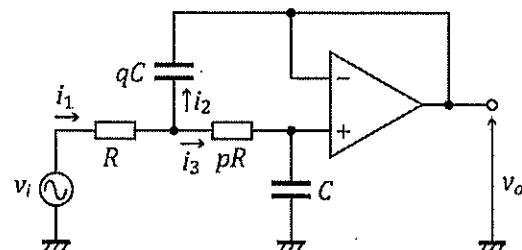


図 2 2 次能動 LPF

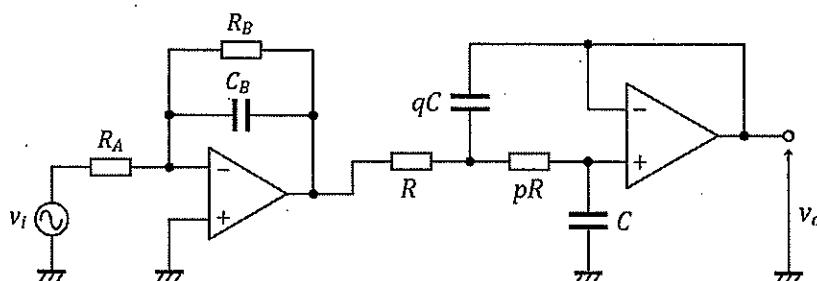


図 3 3 次能動 LPF

問題用紙

| | |
|-------|--------------------------|
| 専攻名 | フロンティア工学専攻（一般選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目 (c)電子情報工学系 ③論理回路 |

P. 18 / 18

- 1枚の答案用紙に解答し、答案用紙の科目欄には **(c)③論理回路** と記入してください。
- 解答の経緯を省略せずに明記してください。

I

論理回路に関する以下の問題に答えなさい。なお、論理式の簡単化および回路図において、排他的論理和を用いても良いものとする。

問1 図1の状態遷移図に対応する状態遷移表を示しなさい。図において、状態は○の中に $Q_{n(1)}Q_{n(0)}$ で表現されている。また、入力を x 、出力を z とし、図において矢印に沿って x/z で表現されている。

問2 図1の状態遷移図に対応する、簡単化された応用方程式と出力の方程式を求めなさい。導出過程も示すこと。

問3 図1の状態遷移図に示す順序論理回路の、立上りエッジトリガのDフリップフロップを用いた回路図を描きなさい。

問4 図2に示す回路に図3に示す入力を与えた際の、入出力の波形を描きなさい。なお、 Q の初期状態は高レベルであるものとする。

問5 図2に示す回路の名称を答えなさい。

問6 次の変数 A, B, C からなる論理式 F の主加法標準展開を求めなさい。

$$F = AB + C$$

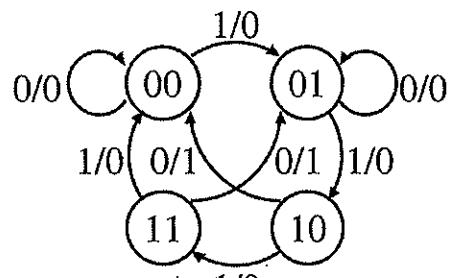


図1 状態遷移図

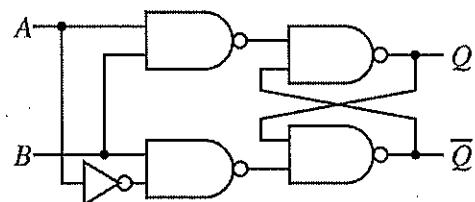


図2 論理回路図

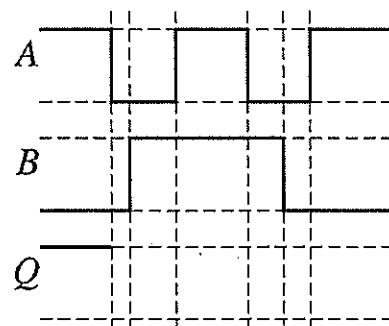


図3 タイミング図