令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　①材料力学－Ｉ

Ｉ

問１

(1)

$$\delta_P = \frac{3}{2}\frac{P\ell}{SE}, \qquad \delta_F = -\frac{5}{2}\frac{F\ell}{SE}$$

(2)

$$F = \frac{3}{5}P, \qquad \sigma_{\mathrm{B}} = \frac{1}{5}\frac{P}{S}, \qquad \sigma_{\mathrm{C}} = -\frac{3}{5}\frac{P}{S}$$

問２

(1)

$$T_1 = \frac{G\pi d^4}{32\ell}\phi_0, \qquad T_2 = \frac{G\pi(d_{\mathrm{O}}^4 - d^4)}{96\ell}\phi_0$$

(2)

$$d_{\mathrm{O}} = \sqrt{2}d, \qquad T_0 = \frac{G\pi d^4}{16\ell}\phi_0$$

II

問 1

(1)

$M_1(x) = -(\ell - x)P$　（はりを下に凸に曲げようとする曲げモーメントを正とした場合）

(2)

$$\theta_1(x) = \frac{P}{2EI}x(2\ell - x)$$

(3)

$$\theta_{1C} = \frac{3P\ell^2}{8EI},\quad w_{1C} = \frac{5P\ell^3}{48EI}$$

(4)

$$\theta_{1B} = \frac{P\ell^2}{2EI},\quad w_{1B} = \frac{P\ell^3}{3EI}$$

問 2

(1)

$$w_{2C} = \frac{5P\ell^3}{48EI} - \frac{R\ell^3}{24EI}$$

(2)

$$w_{2B} = \frac{P\ell^3}{3EI} - \frac{5R\ell^3}{48EI}$$

問 3

(1)

$$R_C = \frac{5P}{4}$$

(2)

$$w_{3C} = \frac{5P\ell^3}{96EI}$$

(3)

$$w_{3B} = \frac{13P\ell^3}{64EI}$$

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　②振動工学－Ⅰ

Ⅰ

問１

$$-a^2k\theta$$

問２

$$-mgL\theta$$

問３

$$mL^2$$

問４

$$mL^2\ddot{\theta} = -(a^2k + mgL)\theta$$

問５

$$\omega = \sqrt{\frac{a^2k + mgL}{mL^2}}$$

$$A = \theta_0$$

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　②振動工学－II

II

問１　バネ１（バネ定数k_1）の自然長からの伸びをδ_1とすると，$\delta_1 = mg/k_1$

バネ２（バネ定数k_2）の自然長からの伸びをδ_2とすると，$\delta_2 = mg/k_2$

問２　１次と２次の固有角振動数ω_1，ω_2

$$\begin{matrix}\omega_1 \\ \omega_2\end{matrix} = \sqrt{\frac{k_2}{2m} + \frac{k_1+k_2}{M} \mp \sqrt{\left\{\frac{k_2}{2m} + \frac{k_1+k_2}{M}\right\}^2 - \frac{2k_1k_2}{Mm}}}$$

問３ 定常振動解は，

$$x = \frac{F\left(3k_1 - m\omega^2\right)}{\left(2k_1 - m\omega^2\right)\left(3k_1 - m\omega^2\right) - 4k_1^2}\cos\omega t = \frac{F\left(3k_1 - m\omega^2\right)}{m^2\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}\frac{k_1}{m} - \omega^2\right)\left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}\frac{k_1}{m} - \omega^2\right)}\cos\omega t$$

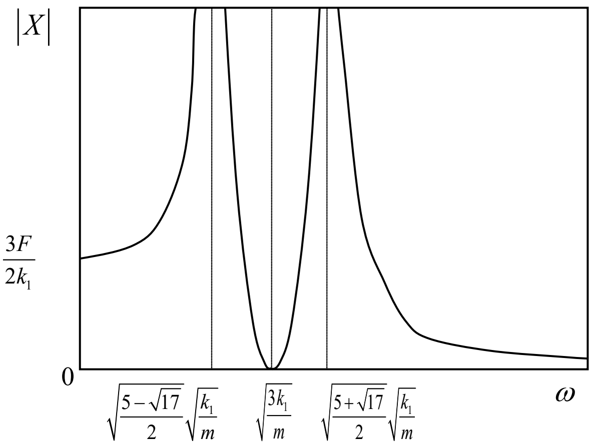
問４

$$|X| = \left|\frac{F\left(3k_1 - m\omega^2\right)}{\left(2k_1 - m\omega^2\right)\left(3k_1 - m\omega^2\right) - 4k_1^2}\right|$$

または

$$|X| = \left|\frac{F\left(3k_1 - m\omega^2\right)}{m^2\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}\frac{k_1}{m} - \omega^2\right)\left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}\frac{k_1}{m} - \omega^2\right)}\right|$$

として，右図のとおり。



令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　③流れ学－Ｉ

I

問１　断面①における平均流速 v_1 は，体積流量を断面①の断面積で除することにより求まる。$v_1 = \dfrac{4Q}{\pi d_1^2}$ [m/s]

問２　断面②における平均流速 v_2 は，体積流量を断面②の断面積で除することにより求まる。$v_2 = \dfrac{4Q}{\pi d_2^2}$ [m/s]

問３　検査体積に単位時間に流入する運動量の x 方向成分は $\rho Q v_1$，流出する運動量の x 方向成分は $\rho Q v_2 \sin\theta$ であるから，次のように求まる。

$$\rho Q v_1 - \rho Q v_2 \sin\theta = \frac{4\rho Q^2}{\pi}\left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{\sin\theta}{d_2^2}\right) \quad \text{[N]}$$

問４　検査体積に単位時間に流入する運動量の y 方向成分は 0 N，流出する運動量の y 方向成分は $-\rho Q v_2 \cos\theta$ であるから，次のように求まる。

$$0 - \left(-\rho Q v_2 \cos\theta\right) = \frac{4\rho Q^2 \cos\theta}{\pi d_2^2} \quad \text{[N]}$$

問５　検査体積の境界面において，断面①以外はゲージ圧が 0 Pa であることから，断面①にはたらくゲージ圧 p_1 に断面①の断面積を乗じて次のように求まる。

$$\frac{p_1 \pi d_1^2}{4} \quad \text{[N]}$$

問６　検査体積の境界面において，断面①以外はゲージ圧が 0 Pa であり，断面①は y 方向と平行であることから次のように求まる。

0　N

問７　運動量保存則より，問３と問５の結果を用いて次のように求まる。

$$F_x = \frac{4\rho Q^2}{\pi}\left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{\sin\theta}{d_2^2}\right) + \frac{p_1 \pi d_1^2}{4} \quad \text{[N]}$$

問８　運動量保存則より，問４と問６の結果を用いて次のように求まる。

$$F_y = \frac{4\rho Q^2 \cos\theta}{\pi d_2^2} \quad \text{[N]}$$

問９　合力ベクトル $\boldsymbol{F}$ の大きさは次のように表せる。

$$\left|\boldsymbol{F}\right| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \text{[N]}$$

問１０　合力ベクトル $\boldsymbol{F}$ と x 軸のなす角度は次のように表せる。

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \quad \text{[rad]}$$

問１１　内径 r，外径 $r + dr$ の微小円管の面積は微小距離 dr の 2 次以上の項を無視すると $\pi(r + dr)^2 - \pi r^2 \approx 2\pi r dr$ となるから，次のように表せる。

$$Q = \int_0^R u(r) 2\pi r dr = 2\pi u_{\max} \int_0^R \left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right\} r dr = \frac{\pi R^2 u_{\max}}{2} = \frac{\pi d_1^2 u_{\max}}{8} \quad \text{[m}^3\text{/s]}$$

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　③流れ学－II

II

問 1　体積流量は一定なので

$$Q = \frac{\pi}{4} d_1^2 v_1 = \frac{\pi}{4} d_2^2 v_2, \qquad \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

問 2　ベルヌーイの式より

$$\frac{p_0}{\rho} + gH = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho}, \qquad \therefore p_2 - p_0 = \rho g H - \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad [\mathrm{Pa}]$$

問 3　体積流量は一定で，タービンの出入口の径が等しいので流速も等しい。ゆえに，エネルギー保存則として機械仕事を考慮したベルヌーイの式をタービンの出入口に適用すると

$$\frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} - W = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_0}{\rho}, \qquad \therefore W = \frac{1}{\rho} (p_2 - p_0) \quad [\mathrm{J/kg}]$$

問 4　問 3 と問 2 から

$$W = \frac{1}{\rho} (p_2 - p_0) = gH - \frac{1}{2} v_2^2$$

なので，動力 L_p は

$$L_\mathrm{p} = \rho Q W = \rho Q \left(gH - \frac{1}{2} v_2^2 \right) \quad [\mathrm{W}]$$

問 5

$$h_\mathrm{f} = \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{L_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \quad [\mathrm{m}]$$

問 6

$$h_\mathrm{m} = (K_\mathrm{ent} + 2K_\mathrm{bnd} + K_\mathrm{SE}) \frac{v_1^2}{2g} \quad [\mathrm{m}]$$

問 7　水面とタービン出口に流体損失を考慮したベルヌーイの式を適用すると

$$\frac{p_0}{\rho g} + H = \frac{1}{2g} v_2^2 + \frac{p_0}{\rho g} + h_\mathrm{t} + h_\mathrm{f} + h_\mathrm{m}, \qquad \therefore h_\mathrm{t} = H - \left(\frac{v_2^2}{2g} + h_\mathrm{f} + h_\mathrm{m} \right) \quad [\mathrm{m}]$$

問 8　水面とタービン入口に流体損失を考慮したベルヌーイの式を適用すると

$$\frac{p_0}{\rho g} + H = \frac{1}{2g} v_2^2 + \frac{(p'_2 + p_0)}{\rho g} + h_\mathrm{f} + h_\mathrm{m}, \qquad \therefore p'_2 = \rho g \left(H - \frac{v_2^2}{2g} - h_\mathrm{f} - h_\mathrm{m} \right) = \rho g h_\mathrm{t} \quad [\mathrm{Pa}]$$

Ⅰ

問１

１→２は断熱変化であるので，

$$\frac{T}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}=\mathbf{const.}$$

よって，

$$\frac{T_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}=\frac{T_2}{p_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \qquad \therefore \frac{T_2}{T_1}=(p_2/p_1)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}=\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

同様にして

$$\frac{T_3}{p_3^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}=\frac{T_4}{p_4^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \qquad \therefore \frac{T_3}{T_4}=(p_3/p_4)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}=\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

問２

熱効率は，サイクルにおける入熱量を q_H，放熱量を q_L，定圧比熱を C_p とすると，

$$\eta=1-\frac{q_L}{q_H}=1-\frac{C_p\left(T_4-T_1\right)}{C_p\left(T_3-T_2\right)}=1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}$$

ここで，

$$T_2=T_1\times\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},\ \ T_3=T_4\times\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\therefore \eta=1-\frac{T_4-T_1}{T_4\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}-T_1\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}=1-\frac{1}{\alpha^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}=1-(1/\alpha)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

問３

１→２は断熱変化であるので，

$$p_1v_1^{\kappa}=p_2v_2^{\kappa}$$

$$\therefore \alpha=\frac{p_2}{p_1}=(v_1/v_2)^{\kappa}=\varepsilon^{\kappa}=6^{1.4}=12.286$$

よって，熱効率は，

$$\therefore \eta=1-(1/\alpha)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}=1-(1/12.286)^{\frac{1.4-1}{1.4}}=0.512$$

専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　④熱力学－Ｉ

問４

2→３は等圧過程であるので，

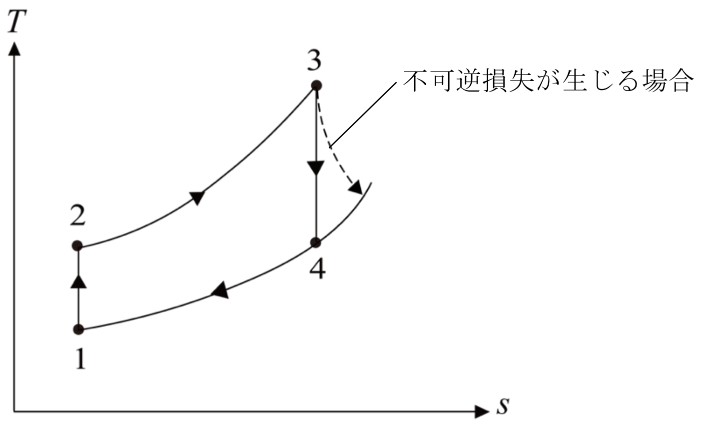
$$\frac{T_2}{v_2} = \frac{T_3}{v_3}$$

よって，エントロピー変化は

$$\Delta s = C_p \ln(T_3 / T_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \ln(v_3 / v_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \ln(0.7 v_1 / (1/6) v_1)$$
$$= \frac{1.4}{1.4 - 1} R \ln(4.2) = 5.02R$$

問５

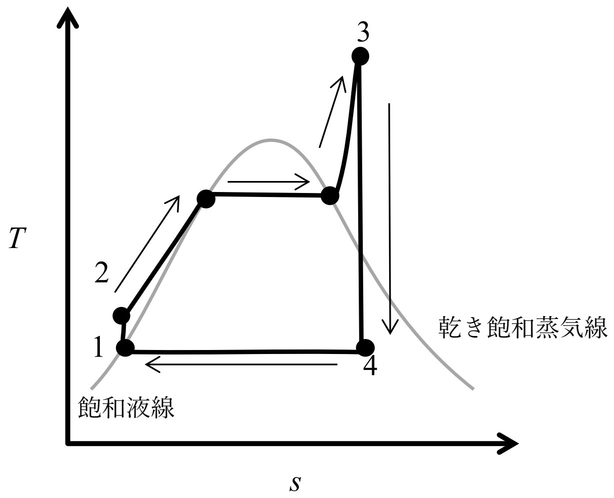
不可逆損失が生じるとエントロピーが増大するので，*T-s* 線図に記入した経路となる。



令和5年度（１０月期入学）及び令和6年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　④熱力学－II

II

問1



問2

発電電力に対する熱効率 η_c は，

$$\eta_c = \eta_t \cdot \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 \text{-} h_2} = 0.8 \cdot \frac{(3380 - 2010) - (150 - 138)}{3380 \text{ - } 150} = 0.8 \cdot \frac{1358}{3230} = 0.336$$

よって，33.6 %（0.336 でも可）

問3

外気温度 $T_0 = 278$ K，室内温度 $T_r = 308$ K，ストーブ燃焼温度 $T_s = 2000$ K より，

ストーブ熱源より発生する熱量 Q のエクセルギーE_1は，

$$E_1 = Q\left(1 \text{-} {}^{T_0}/_{T_s}\right)$$

熱量 Q で暖房した室温が T_r に維持されているとすれば，暖房した部屋のエクセルギーE_2は

$$E_2 = Q\left(1 \text{-} {}^{T_0}/_{T_r}\right)$$

よって，エクセルギー効率η_eは，

$$\eta_e = \frac{E_2}{E_1} = \frac{Q\left(1 \text{-} {}^{T_0}/_{T_r}\right)}{Q\left(1 \text{-} {}^{T_0}/_{T_s}\right)} = \frac{1 \text{ - } {}^{278}/_{308}}{1 \text{ - } {}^{278}/_{2000}} = 0.113$$

よって，11.3 % (0.113 でも可)

令和５年度（１０月期入学）及び令和６年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜，出身学部等限定特別選抜）
試験科目名	専門科目　④熱力学－II

問４

Q_{in}の発熱量の燃料から得られる熱量Q_{hp}は，

$$Q_{\mathrm{hp}} = Q_{\mathrm{in}} \cdot \eta_{\mathrm{c}} \cdot \varepsilon$$

である。

問５

ストーブではすべて室内の加熱に利用されるため発熱量Q_{st}は燃料発熱量Q_{in}の時，

$$Q_{\mathrm{st}} = Q_{\mathrm{in}}$$

である。

$$Q_{\mathrm{hp}} > Q_{\mathrm{st}}$$

$$Q_{\mathrm{in}} \cdot \eta_{\mathrm{c}} \cdot \varepsilon > Q_{\mathrm{in}}$$

が必要であるため，COP の条件は，

$$\varepsilon > 1/\eta_{\mathrm{c}}$$

となる。