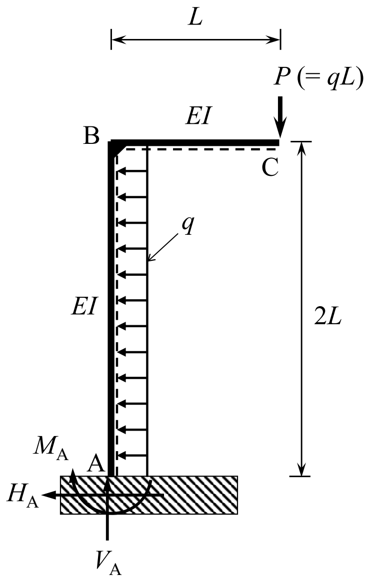
| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

I

問１

下図に示すように反力を仮定する．




$H_A$：点 A の水平反力

$V_A$：点 A の鉛直反力

$M_A$：点 A のモーメント反力

$$\sum H = H_A + 2qL = 0$$
$$\sum V = V_A - qL = 0$$
$$\sum M_{(A)} = M_A - 2qL \cdot L + qL \cdot L = 0$$

以上の式から，

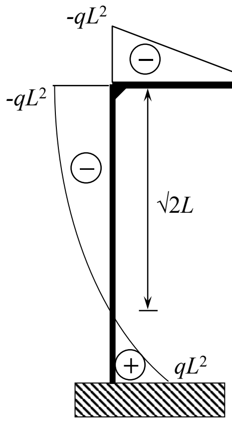
$H_A = -2qL$

$V_A = qL$

$M_A = qL^2$

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

問２



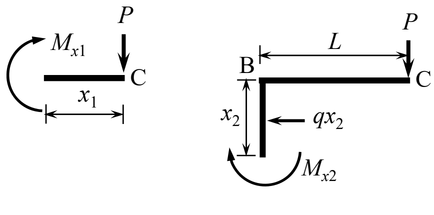

問３

全体のひずみエネルギー$U$ を求めて，それを点 C に作用する鉛直荷重 $P$ で偏微分し，定積分をすることで $v_C$ が得られる．

$$U = \int \frac{M_x^2}{2EI} dx$$

$$U = \int_0^L \frac{M_{x_1}^2}{2EI} dx_1 + \int_0^{2L} \frac{M_{x_2}^2}{2EI} dx_2$$

ここで$M_{x_1}$，$M_{x_2}$は右図より，それぞれ




$$M_{x_1} = -Px_1$$
$$M_{x_2} = -PL + \frac{qx_2^2}{2}$$

上記に示したひずみエネルギー $U$ を，点 C に作用する鉛直荷重 $P$ で偏微分する．

$$\frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^L \frac{M_{x_1}}{EI}\frac{\partial M_{x_1}}{\partial P} dx_1 + \int_0^{2L} \frac{M_{x_2}}{EI}\frac{\partial M_{x_2}}{\partial P} dx_2$$

これを定積分して，$P = qL$ を代入し，点 C のたわみ $v_C$ を得る．

$$v_C = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{qL^4}{EI}$$

（仮想仕事の原理など，他の解法で求めても可.）

| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
|---|---|
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

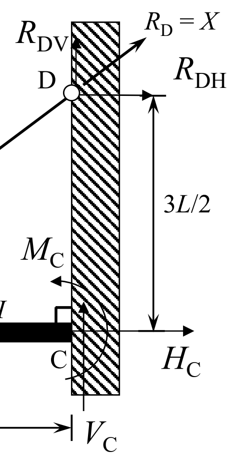
II

問 1

下図に示すように反力を仮定する．
また，$R_D$ は $R_{DH}$ と $R_{DV}$ に分解する，

$R_{DH} = 4X/5$

$R_{DV} = 3X/5$




$H_C$：点 C の水平反力

$V_C$：点 C の鉛直反力

$M_C$：点 C のモーメント反力

$$\sum H = H_C + R_{DH} = 0$$
$$\sum V = V_C + R_{DV} - P = 0$$
$$\sum M_{(C)} = M_C - R_{DH} \cdot 3L/2 + P \cdot 2L = 0$$

以上の式から，

$H_C = -4X/5$

$V_C = P - 3X/5$

$M_C = 6XL/5 - 2PL$

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専攻名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　①構造力学 |

問２

全体のひずみエネルギー$U$を求めて，それを未知反力 $X$ で偏微分する．

$$U = \int \frac{M_x^2}{2EI} dx + \frac{N^2 l}{2EA}$$

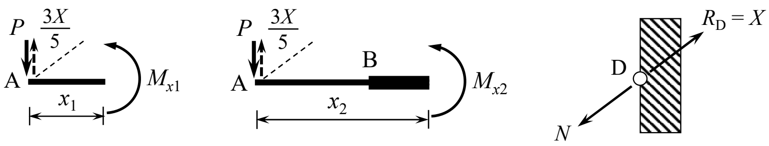
$$U = \int_0^L \frac{M_{x_1}^2}{2EI} dx_1 + \int_L^{2L} \frac{M_{x_2}^2}{4EI} dx_2 + \frac{N^2 l}{2EA}$$

ここで$M_{x_1}$，$M_{x_2}$，$N$ は右図より，それぞれ

$$M_{x_1} = \left(\frac{3X}{5} - P\right) x_1$$

$$M_{x_2} = \left(\frac{3X}{5} - P\right) x_2$$

$$N = X$$




上記に示したひずみエネルギー $U$ を，点 D に作用する未知反力 $X$ で偏微分する．

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \int_0^L \frac{M_{x_1}}{EI} \frac{\partial M_{x_1}}{\partial X} dx_1 + \int_L^{2L} \frac{M_{x_2}}{2EI} \frac{\partial M_{x_2}}{\partial X} dx_2 + \frac{Nl}{EA}$$

カスティリアーノの第２定理より，ｓ

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0$$

上式を解くことにより，未知反力 $X$ を求められる．また，問 1 で求めた解答に $X$ を代入することで各支点反力が得られる．

$X = 45P/32$

$H_C = -9P/8$

$V_C = 5P/32$

$M_C = -15PL/16$

問３

ケーブル AD の伸び量は $\delta_{\mathrm{AD}}$ は下式より得られる．

$$\delta_{AD} = \frac{Xl}{EA}$$

ここで，$l$ はケーブル AD の長さである．

問２で求めた $X = 45P/32$ を代入すると $\delta_{\mathrm{AD}}$を得られる．

$$\delta_{AD} = \frac{X}{EA}\frac{5L}{2} = \frac{9PL^3}{64EI}$$

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　②水理学 |

I

問１　流体の運動が一様でないとき，流速の異なる界面に接線方向の力が作用する。この力を粘性応力とよぶ。粘性応力が流体の分子粘性と流速勾配に比例する流体をニュートン流体とよぶ。$xy$ 面内の一方向定常流の場合，粘性係数を $\mu$，$x$ 方向の流速を $u$ とすると，粘性応力 $\tau$ は $\tau = \mu\, du/dy$ で表される。ここで $y$ は $x$ と直角方向である。

問２　層流では渦による流体粒子の混合がなく，粘性応力の効果により規則的で整然とした状態で流れる。流速は壁面から離れるにつれて二次関数（放物線）的に増加する。乱流では発達した渦によって流体粒子の混合が生じ，複雑な流速場に伴う乱流応力（レイノルズ応力）が支配的になった状態で流れる。流速は対数分布になる。

問３　比エネルギー$E$ は水路の底面を基準とする流れの水頭であり，矩形断面水路では単位幅流量 $q$ を用いて，$E = h + q^2/(2gh^2)$で表される。ここで，$h$ は水深，$g$ は重力加速度である。流量が一定で比エネルギーが最小，または比エネルギーが一定で流量が最大の時の水深が限界水深 $h_c$ である。矩形断面水路の限界水深は，$h_c = (q^2/g)^{1/3}$ で表される。限界水深の時の流れが限界流であり，水深が限界水深より大きい場合，流れは常流となり，小さい場合は射流となる。

問４　開水路流れの断面積 $A$ と潤辺長 $S$ の比で径深 $R = A/S$ が定義される。潤辺長 $S$ は水路断面で流水と接する辺の長さである。例えば，長方形断面では，$A$＝水路幅 $B$×水深 $h$，$S$＝$B$＋$2h$ であるため，径深 $R$ ＝$Bh/(B + 2h)$となる。平均流速 $V$ は径深 $R$ を用いて，例えば，シェジー式では $V = C(RI)^{1/2}$ で表される。ここで，$C$ はシェジー係数，$I$ はエネルギー勾配である。（マニングの流速式を用いた表示も可）

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　②水理学 |

II

問１　水面から M 点を通って E 点に達する流線上でベルヌーイの定理が成り立つ。E 点を基準面にとり，圧力はゲージ圧で表すと次式となる。

$$h + L = \frac{V_M^2}{2g} + \frac{p_M}{\rho g} + \frac{L}{2} = \frac{V_E^2}{2g} \qquad (1)$$

ここで，M 点の流速と圧力を $V_M$ と $p_M$ とする。上式より出口の流速が求められる。

$$V_E = \sqrt{2g(h+L)}$$

連続式より M 点と E 点の流速は等しいため，(1)式より M 点の圧力水頭が求められる。

$$\frac{p_M}{\rho g} = -\frac{L}{2}$$

問２　微小時間$dt$間での水槽内の水の減少量 $dV_1$ は水面低下量と水槽の断面積の積で表される。

$$dV_1 = -\frac{dh}{dt}dt\left(\pi\frac{D^2}{4}\right)$$

管出口からの排水量 $dV_2$ は出口流速と管の断面積と微小時間の積で表される。

$$dV_2 = \sqrt{2g(h+L)}\left(\pi\frac{d^2}{4}\right)dt$$

両者の体積は等しいことから水面の低下速度に関して次式が得られる。

$$-\frac{dh}{dt} = \left(\frac{d}{D}\right)^2\sqrt{2g(h+L)} \qquad (2)$$

問３　(2)式を変数分離の形にして，両辺を積分する。

$$dt = -\left(\frac{D}{d}\right)^2\frac{1}{\sqrt{2g(h+L)}}dh, \quad \int_0^t dt = -\left(\frac{D}{d}\right)^2\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_H^h\frac{1}{\sqrt{h+L}}dh$$

定積分の結果，時間 $t$ は次のように求められる。

$$t = \left(\frac{D}{d}\right)^2\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_h^H\frac{1}{\sqrt{h+L}}dh = \left(\frac{D}{d}\right)^2\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_{h+L}^{H+L}\frac{1}{\sqrt{\eta}}d\eta = \left(\frac{D}{d}\right)^2\frac{1}{\sqrt{2g}}\left[2\sqrt{\eta}\right]_{h+L}^{H+L}$$

$$\therefore t = \left(\frac{D}{d}\right)^2\sqrt{\frac{2}{g}}\left(\sqrt{H+L} - \sqrt{h+L}\right) \qquad (3)$$

問４　題意より $L = H/2$，$h = H/2$ を(3)式に代入すると排水時間が求められる。

$$t = \left(\frac{D}{d}\right)^2\sqrt{\frac{2}{g}}\left(\sqrt{\frac{3H}{2}} - \sqrt{H}\right) = \left(\frac{D}{d}\right)^2\sqrt{\frac{2H}{g}}\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1\right)$$

Ⅲ

問１　3 区間を通過する流れのまさつ損失水頭は各区間のまさつ損失水頭の和で表される。

$$H_f = f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + f_4 \frac{L_4}{D_4}\frac{V_4^2}{2g}$$

問２　区間 2 と 3 のまさつ損失水頭が等しいとすると流速比が得られる。

$$f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} = f_3 \frac{L_3}{D_3}\frac{V_3^2}{2g} \qquad \therefore \frac{V_2}{V_3} = \sqrt{\frac{f_3 L_3 D_2}{f_2 L_2 D_3}}$$

問３　連続式より区間 1 と 4 の流量は等しいことから，次式が成り立つ。

$$Q_1 = \pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^2 V_1 = \pi\left(\frac{D_4}{2}\right)^2 V_4 \qquad \therefore V_4 = \left(\frac{D_1}{D_4}\right)^2 V_1 \quad (1)$$

連続式より $Q_1$ は区間 2 と 3 の流量の和に等しい。

$$Q_1 = \pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^2 V_1 = \pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2 V_2 + \pi\left(\frac{D_3}{2}\right)^2 V_3$$

上式に問 2 で求めた区間 2 と 3 の流速比を代入して整理すると次式となる。

$$D_1^2 V_1 = D_2^2 V_2 + D_3^2 \sqrt{\frac{f_2 L_2 D_3}{f_3 L_3 D_2}} V_2 \qquad \therefore V_2 = \frac{D_1^2}{D_2^2 + \sqrt{\frac{f_2 L_2 D_3}{f_3 L_3 D_2}} D_3^2} V_1 \quad (2)$$

問 1 の $H_f = \Delta Z$ とし，式(1)と(2)を代入すると，流速 $V_1$ を得ることができる。

$$\Delta Z = f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_1^2}{2g}\left(\frac{D_1^2}{D_2^2 + \sqrt{\frac{f_2 L_2 D_3}{f_3 L_3 D_2}} D_3^2}\right)^2 + f_4 \frac{L_4}{D_4}\frac{V_1^2}{2g}\left(\frac{D_1}{D_4}\right)^4$$

$$\therefore V_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta Z}{f_1 \frac{L_1}{D_1} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\left(\frac{D_1^2}{D_2^2 + \sqrt{\frac{f_2 L_2 D_3}{f_3 L_3 D_2}} D_3^2}\right)^2 + f_4 \frac{L_4}{D_4}\left(\frac{D_1}{D_4}\right)^4}}$$

問４　流量比 $Q_2/Q_3$ は以下のように求められる。

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{\pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2 V_2}{\pi\left(\frac{D_3}{2}\right)^2 V_3}$$ に問 2 の結果を代入すると $$\frac{Q_2}{Q_3} = \sqrt{\frac{f_3 L_3 D_2^5}{f_2 L_2 D_3^5}}$$ が得られる。

上式に問 4 の条件を代入すると流量比が求められる。

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \sqrt{\frac{2L_2}{L_2}} = \sqrt{2}$$

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　③土質力学 |

I

問１

$$C_c = \frac{2.4 - 2.3}{log\,200 - log\,100} = 0.332$$

問２

$$C_s = \frac{2.35 - 2.3}{log\,200 - log\,100} = 0.166$$

$$\mathrm{OCR_C} = \frac{200}{100} = 2.00$$

問３

状態Ｃでは最大圧密応力は200 kPa なので，圧密応力 $\sigma'_v = 400$ kPaまで載荷した状態Ｄは正規圧密線上に位置する。したがって，

$$C_c = \frac{(2.4 - e_D)}{log\,400 - log\,100} = 0.332$$

$$e_D = 2.20$$

$$\mathrm{OCR_D} = \frac{400}{400} = 1.00$$

問４

$$C_s = \frac{e_E - 2.20}{log\,400 - log\,200} = 0.166$$

$$e_E = 2.25$$

$$\mathrm{OCR_E} = \frac{400}{200} = 2.00$$

問５

土粒子部分の高さ$D_s$は不変であるので

$D_A = (1 + e_A)D_s = 2.00$ m,

$$D_B = (1 + e_B)D_s = \frac{1 + e_B}{1 + e_A}D_A = \frac{1 + 2.3}{1 + 2.4} \times 2.00 = 1.94\ \mathrm{m}$$

問 6

$$D_C = (1 + e_C)D_s = \frac{1 + e_C}{1 + e_A} D_A = \frac{1 + 2.35}{1 + 2.4} \times 2.00 = 1.97 \text{ m}$$

問 7

両面排水なので最大排水距離は$H_m = D_A/2 = 1.00\ m$。90%圧密時間を$t_{90}$とおくと、

$$\frac{c_v t_{90}}{H_m^2} = 0.848$$

$$t_{90} = 0.848 \times 1.0^2/1.0 = 0.848 \text{ year}$$

II

問1

相対密度 $Dr = 90\%$ の間隙比は $e = 0.540$

盛土のうち土粒子部分の体積は $V_s = V/(1+e) \approx 6490\ \mathrm{m}^3$

砂の乾燥重量は $W_s = V_s \times \rho_s \times g = 1.72 \times 10^5\ \mathrm{kN}$

含水比 $w = 20\ \%$ の湿潤重量は $W_t = W_s \times (1 + w/100) = 2.06 \times 10^5\ \mathrm{kN}$

問2

（１）実験1

粘着力が無視できるので，$\sin\phi' = (\sigma'_{max} - \sigma'_{min})/(\sigma'_{max} + \sigma'_{min})$

これを整理すると $\sigma'_{max} = \sigma'_{min}(1 + \sin\phi')/(1 - \sin\phi') = 120 \times (1.5)/(0.5) = 360\ \mathrm{kPa}$

（２）実験2

同様に整理すると $\sigma'_{min} = \sigma'_{max}(1 - \sin\phi')/(1 + \sin\phi') = 120 \times (0.5)/(1.5) = 40\ \mathrm{kPa}$

問3

（１）実験1

上端の全水頭の方が大きいので，鉛直下向きの浸透流が発生する。

ダルシー流速は $v = 1.00 \times 10^{-2} \times (1.50 - 1.00)/1.00 = 5.00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m/s}$

1分間に容器断面を通過する浸透流量は$Q = A \times v \times t = 1.50 \times 10^{-1}\ \mathrm{m}^3$

（２）実験2

下端の全水頭が$h_B = 1.50\ \mathrm{m}$のとき，容器内部の水圧分布は静水圧分布である。したがって，容器下端部の土の有効土被り圧は

$\sigma'_{v0} = (\rho_{sat} - \rho_w) \times g \times h = (2.00 - 1.00) \times 9.80 \times 1.00 = 9.80\ \mathrm{kPa}$

ボイリング発生時には容器下端部の有効土被り圧がゼロになる。したがって下端の間隙水圧が 9.80 kPa 増加すればボイリングが発生する。この水圧増分を圧力水頭増分として計算すると $\triangle h = \triangle u/(\rho_w g) = 9.80/(1.00 \times 9.80) = 1.00\ \mathrm{m}$。したがってボイリング発生時の下端の全水頭は $h_B^* = 1.50 + 1.00 = 2.50\ \mathrm{m}$。

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　④計画数理学 |

Ⅰ　解答例

問１

非線形計画問題のラグランジュ関数は，$\lambda$を用いて，以下で与えられる。

$$L(x_1, x_2, \lambda) = -\ln x_1 - 2\ln x_2 + \lambda(x_1 + x_2 - 1)$$

このとき，Karush-Kuhn-Tucker 条件は以下の通りとなる。

$$-\frac{1}{x_1} + \lambda = 0$$
$$-\frac{2}{x_2} + \lambda = 0$$
$$\lambda(x_1 + x_2 - 1) = 0$$

これらの条件から，最適解が以下の通り導出できる。

$$x_1 = \frac{1}{3}, \qquad x_2 = \frac{2}{3}, \qquad \lambda = 3$$

問２

非線形計画問題のラグランジュ関数は，$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ を用いて，以下で与えられる。

$$L(x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + \lambda_1(x_1^2 + x_2^2 - 2) + \lambda_2(x_2 - x_1)$$

このとき，Karush-Kuhn-Tucker 条件は以下の通りとなる。

$$2(x_1 - 1) + 2\lambda_1 x_1 - \lambda_2 = 0$$
$$2(x_2 - 2) + 2\lambda_1 x_2 + \lambda_2 = 0$$
$$\lambda_1(x_1^2 + x_2^2 - 2) = 0$$
$$\lambda_2(x_2 - x_1) = 0$$
$$x_1^2 + x_2^2 - 2 \leq 0,$$
$$x_2 - x_1 \leq 0,$$
$$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$$

これらの条件から，最適解が以下の通り導出できる。

$$x_1 = 1, \qquad x_2 = 1, \qquad \lambda_1 = \frac{1}{2}, \qquad \lambda_2 = 1$$

したがって，最適解は$x_1 = 1$, $x_2 = 1$である。

問３

非線形計画問題のラグランジュ関数は，$\lambda \geq 0$ を用いて，以下で与えられる。

$$L(x_1, x_2, x_3, \lambda) = x_1(x_1 + 13) + x_2(2x_2 + 4) + x_3(x_3 + 4) + \lambda(x_1 + x_2 + x_3 - 6)$$

$x_1, x_2, x_3$が非負であることから，Karush-Kuhn-Tucker 条件は以下の通りとなる。

$$x_1(2x_1 + 13 + \lambda) = 0$$
$$x_2(4x_2 + 4 + \lambda) = 0$$
$$x_3(2x_3 + 4 + \lambda) = 0$$
$$x_1 + x_2 + x_3 - 6 = 0$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

これらの条件から，最適解が以下の通り導出できる。

$$x_1 = 0, \qquad x_2 = 2, \qquad x_3 = 4, \qquad \lambda = -12$$

したがって，最適解は$x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$である。

| 令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　④計画数理学 |

II

問１

人材の不足，財源の不足，技術力の不足

問２

（解答例）

メリット：点検業務の効率化，省人化，省力化など

デメリット：AI の構築に時間がかかる，AI の診断結果が１００％正しいわけではない.

問３

（解答例）

交通ビッグデータ（ETC2.0）を用いた，橋梁の劣化予測.

小型コンピューター（ラズベリーパイ）をインフラ構造物に設置して，モニタリングを行う.

III

（解答例）

予防保全的維持管理とは，個々のインフラ構造物の環境を踏まえて，インフラ構造物の管理者が定期的に点検・診断を行い，最小のライフサイクルコストで安全・安心やその他の必要なサービス水準を確保する維持管理の考え方.

| 令和4年度（１０月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　⑤環境工学 |

I

問1

(1) 化学的酸素要求量、Chemical Oxygen Demand
生物化学的酸素要求量、Biochemical Oxygen Demand

(2) TOC 濃度（mg/L）：300 mg/L × (2×12/60) ＝ 120 mg/L

問2

(3) 水面積（$m^2$）：10×20＝200
沈殿池の 1 日あたりの流量（$m^3$/日）：40×200＝8,000
沈殿槽の数（槽）：32,000 / 8,000＝4 槽

(4) BOD 濃度（X mg/L）：0.92 ＝ (180－X) / 180
X＝14.4 mg/L

(5) 全体量（kg）：700$m^3$×1,000kg/$m^3$（1g/$cm^3$） ＝ 700,000
水の重量（X kg）：0.995 ＝ X/700,000
X＝ 696,500 kg
乾燥汚泥の重量（kg）：700,000－696,500 ＝ 3,500 kg

| 令和4年度（１０月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験<br>解　答　例 | |
|---|---|
| 専　攻　名 | 地球社会基盤学専攻（社会基盤工学コース）（一般選抜，外国人留学生特別選抜） |
| 試験科目名 | 専門科目　⑤環境工学 |

II

問 1　(1)

室内の二酸化炭素量（体積）について，微小時間 $\Delta t$ [h]の間の収支を求める。

・流入：$Q$ [m$^3$/h] × $p_{out}$ [m$^3$/m$^3$] × $\Delta t$ [h] = $Q\, p_{out}\, \Delta t$ [m$^3$]

・流出：$Q$ [m$^3$/h] × $p$ [m$^3$/m$^3$]× $\Delta t$ [h] = $Q\, p\, \Delta t$ [m$^3$]

・発生：$k$ [m$^3$/h] × $\Delta t$ [h] = $k\, \Delta t$ [m$^3$]

・消滅：0　（省略可）

・蓄積＝着目時間前後の系内成分の「差」

＝時刻$(t+\Delta t)$時点の容積 $V$ [m$^3$]の室内の二酸化炭素の体積[m$^3$]

－時刻 $t$ 時点の容積 $V$ [m$^3$]の室内の二酸化炭素の体積[m$^3$]

= $p\,(t+\Delta t)$ [m$^3$/m$^3$]×$V$ [m$^3$]-$p\,(t)$ [m$^3$/m$^3$] ×$V$ [m$^3$]

= $\{p\,(t+\Delta t)$-$p\,(t)\}\,V$ [m$^3$]

**解答（収支式）**　$\{p(t+\Delta t)-p(t)\}V = Qp_{out}\Delta t - Qp\Delta t + k\Delta t - 0$

蓄積　＝　流入　－流出　＋発生－消滅（省略可）

各項の順番が違っていてもよい。

両辺÷$\Delta t$

$$\frac{p(t+\Delta t)-p(t)}{\Delta t}V = Qp_{out} - Qp + k$$

$\Delta t \to 0$ の極限を取ると

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{p(t+\Delta t)-p(t)}{\Delta t}V = Qp_{out} - Qp + k$$

**解答（微分方程式）**

$$\frac{dp}{dt}V = Qp_{out} - Qp + k$$

下記の変形も正解。

$$\frac{dp}{dt} = \left(\frac{Q}{V}\right)\left(p_{out} - p + \frac{k}{Q}\right) = -\left(\frac{Q}{V}\right)\left(p - p_{out} - \frac{k}{Q}\right)$$

(2) 初期濃度から時間 $t = 0$ のときの $CO_2$ 濃度 $p = p_{out}$ として，変数分離で上記微分方程式の解を求めると下記の形（解答）になる。

$$p = p_{out} + \frac{k}{Q}\left(1 - e^{-\frac{Q}{V}t}\right)$$

(3) $p = p_{out} + \frac{k}{Q}\left(1 - e^{-\frac{Q}{V}t}\right)$

外気の $CO_2$ 濃度 400 [ppm]のとき $p$ = 400/1000000 [m$^3$/m$^3$]=0.0004

室内の $CO_2$ 濃度 1000 [ppm]のとき $p$ = 1000/1000000 [m$^3$/m$^3$]=0.001

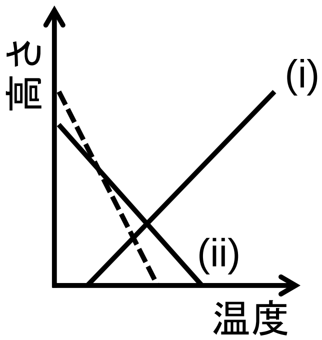
濃度が最も高くなるのは $t\ \rightarrow\ \infty$ のとき。それぞれ上の式に代入すると

$$0.001 = 0.0004 + \frac{0.20}{Q}(1-0)$$

$Q$ = 0.003 [m$^3$/h] = 0.18 [m$^3$/min] = 180 [L/min]　解答 180 [L/min]　単位[L]または[リットル]も可。

問２

(1)




解答例（図）転記が確実にされていることが前提。(i)と(ii)が別の図に分かれていてもよい。

(i)の傾きは正になるのが正解。

(ii)の傾きは破線より小さくなることが必要。

(2)　(i)，(ii)の各場合について，そのような拡散が生ずる理由を，大気安定度に関連付けて説明せよ。

(i) 煙は上昇せず水平方向に拡散する扇形を示すことから，大気安定度は強安定状態と判断できる。温度勾配が断熱変化時よりはるかに小さく上下関係が逆転し，上空ほど気温が高いとき，対流が抑制されてこのような形になる。

(ii) 煙突から出た煙は強い対流で上昇後，上空で急激に冷却され重くなって降下，下方で再び温められて上空に移動する蛇行を繰り返すループ形を示していることから，大気安定度は不安定状態と判断できる。このような状況は温度勾配が断熱変化時より急なときに対流が促進されて発生する。