令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(a)機械工学系　①材料力学（１／２４）

I

問 1

$$\sigma^{\mathrm{AB}} = \frac{P}{2\sqrt{2}A}, \qquad \sigma^{\mathrm{BC}} = -\frac{P}{\sqrt{2}A}$$

問 2

$$|\lambda^{\mathrm{AB}}| = \frac{\sqrt{2}Pl}{4AE}, \quad |\lambda^{\mathrm{BC}}| = \frac{\sqrt{2}Pl}{2AE}$$

問 3

$\dfrac{Pl}{4AE}$　（上向き）

問 4

$\dfrac{3Pl}{4AE}$　（右向き）

問 5

$\dfrac{Pl}{7AE}$　（上向き）

問 6

$\dfrac{5Pl}{7AE}$　（右向き）

II

【１】 $\dfrac{b_1 h_1^3}{12}$

【２】 $\dfrac{b_1 h_1^2}{6}$

【３】 $\dfrac{b(h-h_1)}{h}$

【４】 $\dfrac{2}{3}h$

【５】 $\dfrac{b}{3}$

【６】 $\dfrac{2}{81}bh^2$

【７】 $\dfrac{q_0 l}{6}$

【８】 $\dfrac{q_0 l}{3}$

【９】 $\dfrac{l}{\sqrt{3}}$

【１０】 $\dfrac{\sqrt{3}}{27}q_0 l^2$

【１１】 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\dfrac{q_0 l^2}{bh^2}$

【１２】 $\dfrac{q_0}{360EI_z l}(3x^5-10l^2x^3+7l^4x)$

【１３】 $\dfrac{\sqrt{3}}{270}\dfrac{q_0 l^4}{EI_z}$

I

問1　バネの自然長からの伸びをy_0とすると，$mgr_1 - ky_0r_2 = 0$　というつり合い式から

$$y_0 = \frac{mgr_1}{kr_2}$$

と求められる．

問2　y_0からのバネの変位をy_1とすると，$\frac{x}{r_1} = \frac{y_1}{r_2}$の関係からバネの伸びは下記のように求められる

$$y = y_0 + y_1 = \frac{mgr_1}{kr_2} + \frac{r_2}{r_1}x$$

問3　慣性モーメントをIとおくと，　$I = \frac{M_1r_1^2 + M_2r_2^2}{2}$となる．

問4　右図のように，質量mにつながれたひもの張力をT_1，バネにつながれたひもの張力をT_2，滑車の回転角度をθ，とすると

質量mの運動方程式　：$m\ddot{x} = mg - T_1$

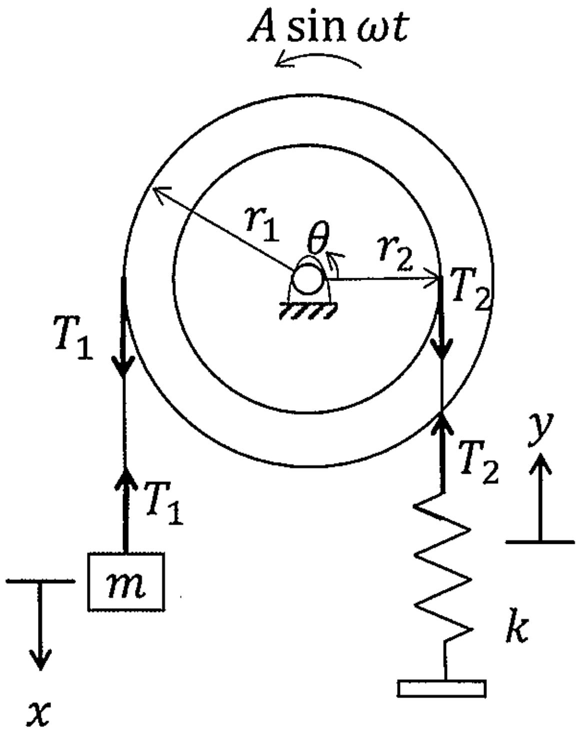
滑車の運動方程式：$I\ddot{\theta} = r_1T_1 - r_2T_2 + A\sin\omega t$

バネのつり合い方程式：$T_2 = ky = \frac{mgr_1}{r_2} + \frac{kr_2}{r_1}x$

xとθの関係：$x = r_1\theta$

が得られる．以上より，系の運動方程式は下記のように求められる．

$$\left(\frac{M_1r_1^2 + M_2r_2^2}{2} + mr_1^2\right)\ddot{x} + kr_2^2x = Ar_1\sin\omega t$$



問5　運動方程式は　$\left(\frac{M_1r_1^2 + M_2r_2^2}{2} + mr_1^2\right)\ddot{x} + kr_2^2x = 0$

と表されるため，固有角振動数は$\omega_n = \sqrt{\frac{2kr_2^2}{M_1r_1^2 + M_2r_2^2 + 2mr_1^2}}$となる．

問6　問４で得られた運動方程式から，定常振動解は下記のように求められる．

$$x = \frac{\frac{Ar_1}{kr_2^2}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\sin\omega t = \frac{2Ar_1}{2kr_2^2 - (M_1r_1^2 + M_2r_2^2 + 2mr_1^2)\omega^2}\sin\omega t$$

II

問1　左の重りのつり合い状態からの変位を x とすると，運動方程式は $m\ddot{x}=-\frac{k}{2}x$ となる．よって，固有振動数は $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{2m}}$ と求められる．

問2　つり合い状態からの，左の重りの下向きの変位を x_2 とし，右の重りの上向きの変位を x_1 とする．運動方程式は $\begin{cases} m\ddot{x}_2=-k(x_2-x_1) \\ m\ddot{x}_1=-k(x_1-x_2) \end{cases}$ と表せる．これを解いて，固有振動数は $\omega_n=\sqrt{\frac{2k}{m}}$ と求められる．

問3　上問と同様に変位を表すと，運動方程式は $\begin{cases} m\ddot{x}_2=-k(x_2-x_1) \\ m\ddot{x}_1=-kx_1-k(x_1-x_2) \end{cases}$ となる．これを解いて，固有振動数は $\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\frac{k}{m}}$ と求められる．

問4　上問と同様に変位を表すと，運動方程式は $\begin{cases} m\ddot{x}_2=-k(x_2-x_1) \\ m\ddot{x}_1=-k(x_1-a\cos\omega t)-k(x_1-x_2) \end{cases}$ となる．これを解いて，棒が水平のまま動かない（反共振が生じる）角振動数 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ が求まる．

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(a)機械科学系　③流れ学（５／２４）

I

問１　水の密度ρ, 重力加速度gなので，圧力$p(z)$は$p(z) = \rho g z$

答え　$p(z) = \rho g z$

問２　深さzにおける微小面積$dA = W\,dz$にはたらく全圧力dFは　$dF = \rho g z dA = \rho g z W dz$

答え　$dF = \rho g z W dz$

問３　水門にはたらく全圧力FはdFを０からHまで積分することで得られるので，

$$F = \int_0^H \rho g z W dz = \frac{1}{2}\rho g H^2 W$$

あるいは，全圧力は「図心における静水圧と面積の積」なので

$$F = \rho g \frac{H}{2} H W = \frac{1}{2}\rho g H^2 W$$

答え　$F = \frac{1}{2}\rho g H^2 W$

問４　ξ軸回りのモーメントを考えると

$$F z_{\mathrm{CP}} = \int_0^H \rho g z^2 W dz = \frac{1}{3}\rho g H^3 W$$

$$\therefore z_{\mathrm{CP}} = \frac{1}{3}\rho g H^3 W / \frac{1}{2}\rho g H^2 W = \frac{2}{3}H$$

あるいは，圧力中心z_{CP}と図心z_{g}の距離は重心まわりの断面二次モーメント$I_{\xi\mathrm{G}}=WH^3/12$を用いて，次式で与えられるので，

$$z_{\mathrm{CP}} - z_{\mathrm{g}} = \frac{I_{\xi\mathrm{G}}}{z_{\mathrm{g}} A}$$

$$\therefore z_{\mathrm{CP}} = \frac{WH^3}{12\left(\frac{H}{2}\right)WH} + \left(\frac{H}{2}\right) = \frac{2}{3}H$$

答え　$z_{\mathrm{CP}} = \frac{2}{3}H$

問５　水深$z=\eta\sin\theta$なので，圧力$p(\eta)$は$p(\eta) = \rho g \eta \sin\theta$

答え　$p(\eta) = \rho g \eta \sin\theta$

問６　ηにおける微小面積$dA'=Wd\eta$にはたらく全圧力dF'は$dF' = \rho g \eta \sin\theta\, dA' = \rho g \eta \sin\theta\, W d\eta$

答え　$dF' = \rho g \eta \sin\theta\, W d\eta$

令和4年度（10月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(a)機械科学系　③流れ学（6／24）

問7　水門にはたらく全圧力 F' は η 軸に沿って dF' を c から $c+H$ まで積分することで得られるので，

$$F' = \int_c^{c+H} \rho g \eta \sin\theta \, W d\eta = \frac{1}{2}\rho g \sin\theta \, (H^2 + 2Hc)W$$

あるいは，全圧力は「図心における静水圧と面積の積」なので

$$F' = \rho g \left(\frac{H}{2} + c\right) \sin\theta \, HW = \frac{1}{2}\rho g \sin\theta \, (H^2 + 2Hc)W$$

答え $\frac{1}{2}\rho g \sin\theta \, (H^2 + 2Hc)W$

問8　水面を通る ξ 軸まわりのモーメントを考え，圧力中心の η 座標を η_{CP} とすると

$$F'\eta_{CP} = \int_c^{c+H} \eta \cdot \rho g \eta \sin\theta \, W d\eta = \frac{1}{3}\rho g W \sin\theta \, \{(H+c)^3 - c^3\}$$

$$\therefore \eta_{CP} = \frac{1}{3}\rho g W \sin\theta \, \{(H+c)^3 - c^3\} / \frac{1}{2}\rho g \sin\theta \, (H^2 + 2Hc)W = \frac{2(H^2 + 3Hc + 3c^2)}{3(H + 2c)}$$

あるいは，圧力中心 η_{CP} と図心 η_g の距離は次式で与えられるので、

$$\eta_{CP} - \eta_g = \frac{I_{\xi G}}{\eta_g A} = \frac{WH^3}{12\left(c + \frac{H}{2}\right)WH}$$

$$\therefore \eta_{CP} = \frac{WH^3}{12\left(c + \frac{H}{2}\right)WH} + \left(c + \frac{H}{2}\right) = \frac{2(H^2 + 3Hc + 3c^2)}{3(H + 2c)}$$

水面からの深さに換算すると

$$z'_{CP} = \eta_{CP} \sin\theta = \frac{2(H^2 + 3Hc + 3c^2)}{3(H + 2c)} \sin\theta$$

答え $\boxed{ア} = H$, $\boxed{イ} = Hc$, $\boxed{ウ} = c$, $\boxed{エ} = \sin\theta$

II

問１　円管の断面積は S，断面①の流れの平均速さは V_1 なので，体積流量を Q とすると $Q=SV_1$

答え　SV_1

問２　流体の密度は ρ，断面①の体積流量は $Q=SV_1$，断面①の平均速さは V_1 なので，断面①に流入する流体の単位時間当たりの運動量の大きさは，$\rho QV_1=\rho SV_1^2$

答え　ρSV_1^2

問３　円管の断面積は S=一定である。また，非圧縮性の定常流れなので，体積流量は断面①と断面②で同じである。したがって，断面②の平均速さを V_2 とすると，連続の式から，$Q=SV_1=SV_2$　$\therefore V_2=V_1$

答え　V_1

問４　ゲージ圧を絶対圧に変換しておく（ゲージ圧のままで計算しても最終解答は同じ）。損失ヘッドを h とすると，損失ヘッドを考慮した「エネルギー保存則へ拡張したベルヌーイの式」は次式で与えられる。

$$\frac{V_1{}^2}{2g}+\frac{p_1+\text{大気圧}}{\rho g}=\frac{V_2{}^2}{2g}+\frac{p_2+\text{大気圧}}{\rho g}+h$$ ここで，$V_2=V_1$ なので，$h=\dfrac{p_1-p_2}{\rho g}$ となる。

$p_1>p_2$ なので，損失ヘッドの大きさも同式で与えられる。　答え　$\dfrac{p_1-p_2}{\rho g}$

問５　流れ方向を正とする。検査面入口・出口の単位時間当たりの運動量は，断面①・断面②のものと，それぞれ同じである。検査面入口は，問２から，$\rho QV_1=\rho SV_1^2$ である。また，検査面出口は，断面②について考えればよい。S=一定でかつ $V_2=V_1$ なので，$\rho QV_2=\rho SV_1^2$ である。したがって，検査面入口と出口の単位時間当たりの運動量の差を $\varDelta_{\text{運動量}}$ とすると，$\varDelta_{\text{運動量}}=\rho QV_1-\rho QV_2=\rho SV_1^2-\rho SV_1^2=0$

答え　0

問６　p_1 と p_2 はゲージ圧なので，断面①と断面②にはたらく圧力による力のみを考えればよい。流れ方向を正として，検査面境界にはたらく圧力による力の合力 $F_{\text{圧力}}$ を求めると

$F_{\text{圧力}}=p_1S-p_2S=(p_1-p_2)S$　となる。$p_1>p_2$ なので，「検査面境界にはたらく圧力による力の合力」の大きさも $(p_1-p_2)S$ となる。

答え　$(p_1-p_2)S$

問７　流れ方向を正として，運動量の法則を用いて，円管にはたらく流体力 $F_{\text{流体力}}$ を求めると

$$F_{\text{流体力}}=\varDelta_{\text{運動量}}+F_{\text{圧力}}=0+(p_1-p_2)S=(p_1-p_2)S$$

である。$p_1>p_2$ なので，「円管にはたらく流体力」の大きさも同式で与えられる。

答え　$(p_1-p_2)S$

問８　円管壁面の面積は $2\pi RL$ なので，「円管にはたらく壁面せん断応力による力」の大きさは $2\pi RL\tau_w$ となる。

答え　$2\pi RL\tau_w$

問９　問７と $S=\pi R^2$ から，$(p_1-p_2)S=(p_1-p_2)\pi R^2$。これが問８と等しいとおくと，$2\pi RL\tau_w=(p_1-p_2)\pi R^2$ である。　$\therefore \tau_w=(p_1-p_2)R/(2L)$

答え　$\tau_w=(p_1-p_2)R/(2L)$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(a)機械工学系　③流れ学（７／２４）

II

問１　円管の断面積は S，断面①の流れの平均速さは V_1 なので，体積流量を Q とすると $Q=SV_1$

答え　SV_1

問２　流体の密度は ρ，断面①の体積流量は $Q=SV_1$，断面①の平均速さは V_1 なので，断面①に流入する流体の単位時間当たりの運動量の大きさは，$\rho QV_1=\rho SV_1^2$

答え　ρSV_1^2

問３　円管の断面積は S=一定である。また，非圧縮性の定常流れなので，体積流量は断面①と断面②で同じである。したがって，断面②の平均速さを V_2 とすると，連続の式から，$Q=SV_1=SV_2$　$\therefore V_2=V_1$

答え　V_1

問４　ゲージ圧を絶対圧に変換しておく（ゲージ圧のままで計算しても最終解答は同じ）。損失ヘッドを h とすると，損失ヘッドを考慮した「エネルギー保存則へ拡張したベルヌーイの式」は次式で与えられる。

$\dfrac{V_1{}^2}{2g}+\dfrac{p_1+\text{大気圧}}{\rho g}=\dfrac{V_2{}^2}{2g}+\dfrac{p_2+\text{大気圧}}{\rho g}+h$　ここで，$V_2=V_1$ なので，$h=\dfrac{p_1-p_2}{\rho g}$　となる。

$p_1>p_2$ なので，損失ヘッドの大きさも同式で与えられる。　　答え　$\dfrac{p_1-p_2}{\rho g}$

問５　流れ方向を正とする。検査面入口・出口の単位時間当たりの運動量は，断面①・断面②のものと，それぞれ同じである。検査面入口は，問２から，$\rho QV_1=\rho SV_1^2$ である。また，検査面出口は，断面②について考えればよい。S=一定でかつ $V_2=V_1$ なので，$\rho QV_2=\rho SV_1^2$ である。したがって，検査面入口と出口の単位時間当たりの運動量の差を $\Delta_{\text{運動量}}$ とすると，$\Delta_{\text{運動量}}=\rho QV_1-\rho QV_2=\rho SV_1^2-\rho SV_1^2=0$

答え　0

問６　p_1 と p_2 はゲージ圧なので，断面①と断面②にはたらく圧力による力のみを考えればよい。流れ方向を正として，検査面境界にはたらく圧力による力の合力 $F_{\text{圧力}}$ を求めると

$F_{\text{圧力}}=p_1S-p_2S=(p_1-p_2)S$　　となる。$p_1>p_2$ なので，「検査面境界にはたらく圧力による力の合力」の大きさも $(p_1-p_2)S$ となる。

答え　$(p_1-p_2)S$

問７　流れ方向を正として，運動量の法則を用いて，円管にはたらく流体力 $F_{\text{流体力}}$ を求めると

$F_{\text{流体力}}=\Delta_{\text{運動量}}+F_{\text{圧力}}=0+(p_1-p_2)S=(p_1-p_2)S$

である。$p_1>p_2$ なので，「円管にはたらく流体力」の大きさも同式で与えられる。

答え　$(p_1-p_2)S$

問８　円管壁面の面積は $2\pi RL$ なので，「円管にはたらく壁面せん断応力による力」の大きさは $2\pi RL\tau_w$ となる。

答え　$2\pi RL\tau_w$

問９　問７と $S=\pi R^2$ から，$(p_1-p_2)S=(p_1-p_2)\pi R^2$。これが問８と等しいとおくと，$2\pi RL\tau_w=(p_1-p_2)\pi R^2$ である。　$\therefore \tau_w=(p_1-p_2)R/(2L)$

答え　$\tau_w=(p_1-p_2)R/(2L)$

令和4年度（10月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専 攻 名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(a)機械工学系　④熱力学（8／24）

I

問1

1 : b,　2 : c,　3 : a

問2

1→2 の可逆断熱過程では $p^{1-\kappa}T^{\kappa}$ = 一定であるため，

$p_1^{1-\kappa} T_1^{\kappa} = (5p_1)^{1-\kappa} T_2^{\kappa} \quad \rightarrow \quad T_2 = 5^{(\kappa-1)/\kappa}\, T_1 = 5^{1/3}\, T_1$

3→1 は等容過程であるため，$p_1 / T_1 = p_3 / T_3 = 5p_1 / T_3 \rightarrow T_3 = 5\, T_1$

∴状態2　1.71倍　状態3　5.00倍

問3

加熱量 $Q_H = Q_{2\to3} = m\, c_p\, (T_3 - T_2) = \kappa / (1-\kappa) \cdot m\, R\, (5 - 5^{1/3})\, T_1 = 3\, (5 - 5^{1/3})\, p_1\, V_1$

$= 3\, (5 - 1.71)\, p_1\, V_1 = 9.87\, p_1\, V_1$

冷却熱量 $Q_L = -Q_{3\to1} = m\, c_v\, (T_3 - T_1) = 1 / (1-\kappa) \cdot m\, R\, (5 - 1)\, T_1 = 8\, p_1\, V_1$

正味仕事 $L = Q_H - Q_L = 1.87\, p_1\, V_1$

問4

$\eta = L / Q_H = 1.87/9.87 = 0.189$　　∴ 19%

問5

不可逆過程における理想気体のエントロピーの微小変化は以下の式となる．

$dS = \delta Q / T = (dU + p\, dV) / T = m\, c_v\, dT/T + m\, R / V \cdot dV$

これを両辺積分し，状態A (T_A, V_A)から状態B (T_B, V_B)に変化する場合で以下の式が得られる．

$\Delta S_{A\to B} = m\, c_v \ln (T_B/T_A) + m\, R \ln (V_B/V_A)$

この式を用いて，図中のエントロピー変化量を求める．

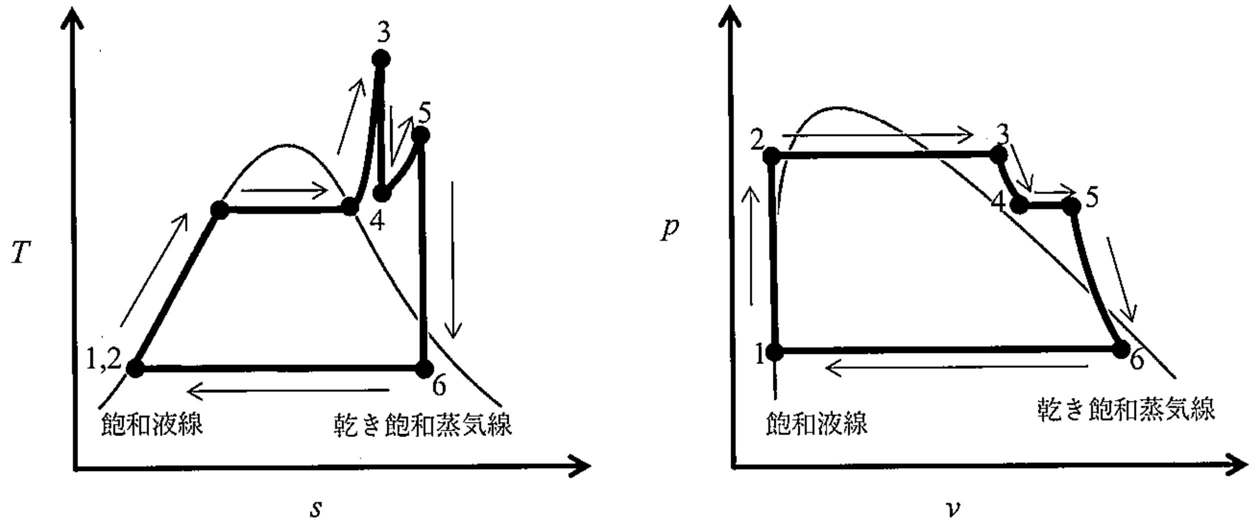
$\Delta S = -\Delta S_{3\to1} = -m\, c_v \ln (T_1/T_3) = m\, R / (\kappa - 1) \ln 5 = 2 \ln 5 \cdot p_1\, V_1 / T_1 = 3.22\, p_1\, V_1 / T_1$

∴ $2 \ln 5 \cdot p_1\, V_1 / T_1$　または　$3.22\, p_1\, V_1 / T_1$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(a)機械工学系　④熱力学（９／２４）

II

問１



問２

過程 4 ⇒ 5 は定圧変化であるから，$p_5 = p_4 = 0.8$ MPa

状態 5 は，温度 500 ℃，圧力 $p_5 = 0.8$ MPa の過熱水蒸気であるため，h_5，s_5 は表１ 過熱水蒸気表より，

$h_5 = 3481.17$ kJ/kg,

$s_5 = 7.8690$ kJ/(kg・K)

ここで，過程 5 ⇒ 6 は断熱膨張なので，$s_6 = s_5 = 7.8690$ kJ/(kg・K)

乾き度 x は　$s_6 = (1-x)\cdot s_6' + x\cdot s_6''$　と表せるため，表３ 水の飽和表（温度基準）より，

$$x = \frac{s_6 - s_6'}{s_6'' - s_6'} = \frac{7.8690-0.3673}{8.5568-0.3673} = 0.9160$$

$\underline{x = 9.16 \times 10^{-1}}$

問３

低圧タービンから得られる水 1kg あたりの仕事 l_{56} は，$l_{56} = h_5 - h_6$ で表される。

$h_6 = (1-x)\cdot h_6' + x\cdot h_6''$　ならびに，表３水の飽和表（温度基準）より，

$h_6 = (1-0.9160)\cdot 104.84 + 0.9160\cdot 2546.54 = 2341.44$ kJ/kg

よって

$l_{56} = h_5 - h_6 = 3481.17 - 2341.44 = 1139.73$ kJ/kg

$= \underline{1140 \text{ kJ/kg} = 1.14 \text{ MJ/kg}}$

問 4

$$\eta = \frac{(h_3\text{-}h_4) + (h_5\text{-}h_6)}{(h_3\text{-}h_2) + (h_5\text{-}h_4)} \quad \text{もしくは,} \quad \eta = \frac{(h_3\text{-}h_4) + (h_5\text{-}h_6)}{(h_3\text{-}h_1) + (h_5\text{-}h_4)}$$

問 5

状態 4 において乾き飽和蒸気になる圧力が，p_4 の下限圧力となる。過程 3 ⇒ 4 は断熱膨張なので，表 1 過熱水蒸気表より，$s_3 = s_4 = 6.9045$ kJ/(kg·K)

状態 4 は，飽和蒸気とすると，表 2 水の飽和表（圧力基準）より，状態 4 の圧力 p_4 は，0.3 MPa～0.4 MPa の範囲にある。線形近似して圧力を導出する。

$$p_4 - 0.3 = \frac{0.4 - 0.3}{6.8954 - 6.9916} \cdot (6.9045 - 6.9916) \quad \text{MPa}$$

$p_4 = 0.391$ MPa

よって，求める p_4 の条件は，$p_4 > 3.91 \times 10^{-1}$ MPa

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目 (b)化学工学系 ①プロセス工学量論（化学工学量論，単位操作）（１１／２４）

I

問１

(1)　$\mathrm{kg \cdot m^{2} \cdot s^{-2}}$

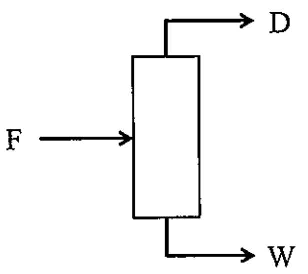
(2)　$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

(3)　$\mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}}$

問２　1.00 kg の溶液を基準とすると，NaCl の質量は 100 g，物質量は 1.71 mol，H_2O の質量は 0.9 kg となるので，重量モル濃度は，<u>1.90 mol·kg^{-1}</u>

問３

(1)



(2)　$y - x_F = -\dfrac{W}{D}(x - x_F)$

(3)　上式より，0.4 - 0.2 = -2 (x -0.2)，よって x = 0.1

問４　未反応物質を分離して原料の流れに戻すことで総括転化率を向上させる操作をリサイクルという。原料に不活性物質が含まれると，リサイクルによって系内に蓄積されるため，流れの一部を系外に排出するパージ操作が必要となる。

問５　微小時間 dt における物質収支より，

$$V\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} = QC_F - QC$$

整理して積分すると，

$$\int_0^C \frac{\mathrm{d}C}{C_F - C} = \int_0^t \frac{Q}{V}\mathrm{d}t$$

よって，

$$C = C_F\left[1 - \exp\left(-\frac{Q}{V}t\right)\right]$$

I

問１　式(1.1)を積分して，

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu L} r^2 + C \quad (C：積分定数)$$

$r = R$ で $u = 0$ であるから，

$$C = -\frac{\Delta p}{4\mu L} R^2$$

$$\therefore\ u = -\frac{\Delta p R^2}{4\mu L}\left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right\}$$

問２　円管内流動が層流のとき，位置 $r = 0$ において流速は最大となるので，

$$u_{\mathrm{max}} = -\frac{\Delta p R^2}{4\mu L}$$

$$\therefore\ u = u_{\mathrm{max}}\left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right\} = 2\overline{u}\left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right\}$$

これより $u = \overline{u}$ となる位置 $r\big|_{u=\overline{u}}$ は，

$$r\big|_{u=\overline{u}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

問３　層流流れの平均流速は，

$$\overline{u} = \frac{u_{\mathrm{max}}}{2} = -\frac{\Delta p R^2}{8\mu L}$$

この関係式と式(1.2)より，

$$\overline{u} = \frac{(D/2)^2}{8\mu L} \cdot 4f\frac{L}{D}\frac{\rho\overline{u}^2}{2} = \frac{f}{16}\frac{\rho\overline{u}^2 D}{\mu}$$

$$\therefore f = \frac{16}{\frac{\rho\overline{u}D}{\mu}} = \frac{16}{Re}$$

II

問1　式(2.1)の左辺はステンレス球の顕熱損失速度を，右辺はステンレス球の表面から周囲空気への熱伝達速度をそれぞれ表す。この式を積分して，

$$T(\theta)-T_\infty = C\exp\left(-\frac{hA}{\rho Vc}\theta\right) \quad (C：積分定数)$$

これに初期条件$T(0)=T_0$を適用すれば，$C=T_0-T_\infty$

$$\therefore\ \frac{T(\theta)-T_\infty}{T_0-T_\infty}=\exp\left(-\frac{hA}{\rho Vc}\theta\right)$$

問2　$\dfrac{V}{A}=\dfrac{\pi R^3/6}{\pi R^2}=\dfrac{R}{6}$より時定数$\tau$は，

$$\tau=\frac{\rho Vc}{hA}=\frac{\rho cR}{6h}=\frac{(7890)(0.511\times10^3)(20.0\times10^{-3})}{6\times120}=112\ \mathrm{s}$$

500℃から100℃に低下するまでに要する時間は，

$$\theta=-\tau\ln\frac{T(\theta)-T_\infty}{T_0-T_\infty}=-112\ln\frac{100-40.0}{500-40.0}=228\ \mathrm{s}\ \ (3\ \mathrm{min}\ 48\ \mathrm{s})$$

問3　$L_c=\dfrac{V}{A}=\dfrac{R}{6}$であるから，

$$Bi=\frac{hL_c}{k}=\frac{hR}{6k}=\frac{(120)(20.0\times10^{-3})}{6\times16.5}=0.0242$$

集中熱容量モデルの適用条件は一般に$Bi<0.1$である。この冷却操作では$Bi=0.0242\ (<0.1)$であるから，集中熱容量モデルを適用することができる。

I

問１　触媒の添加は，触媒の無いときの遅い律速段階を避けた異なる反応経路を提供し，反応の活性化エネルギーを低下させる。活性化エネルギーを下げることで速度定数を増加させる効果を持つ。
（反応の活性化エネルギーを低下させることが記載されていれば正解とする。）

問２　アレニウス式（「Arrhenius 式」でも正解とする）

問３

$$\frac{k_2}{k_1}=\frac{A\exp\left(-E_{a2}/RT\right)}{A\exp\left(-E_{a1}/RT\right)}=\exp\left\{\left[\left(-E_{a2}\right)-\left(-E_{a1}\right)\right]/RT\right\}$$

$$\therefore \frac{k_2}{k_1}=\frac{\exp\left(-E_{a2}/\left(8.314\times 298\right)\right)}{\exp\left(-E_{a1}/\left(8.314\times 298\right)\right)}=\exp\left\{\left[\left(-E_{a2}\right)-\left(-E_{a1}\right)\right]/\left(8.314\times 298\right)\right\}=2000$$

$$\left[\left(-E_{a2}\right)-\left(-E_{a1}\right)\right]/\left(8.314\times 298\right)=\ln 2000$$

$$\left[\left(-E_{a2}\right)-\left(-E_{a1}\right)\right]=-E_{a2}+E_{a1}=\ln 2000\times 8.314\times 298=18831.78$$

$$E_{a2}-E_{a1}=-18831.78$$

問題文から $E_{a1}=76\,\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}=76000\,\mathrm{J\cdot mol^{-1}}$ であるため，

$$E_{a2}=E_{a1}-18831.78=76000-18831.78=57168.22\,\mathrm{J\cdot mol^{-1}}$$

となる。つまり，

$$E_{a2}/E_{a1}=57168.22/76000=0.7522$$

となることから，活性化エネルギーは触媒添加によって触媒添加前の約 75%となる。
変化率は，

$$\left(E_{a2}-E_{a1}\right)/E_{a1}=\left(57168.22-76000\right)/76000=-0.2477$$

から，–24.8%（または–25%でも可）となる。･･･ 解答
（ただし，「活性化エネルギーが触媒添加前の 75%になった」，「活性化エネルギーが触媒添加後に 25%低下した」の表現でも正解とする。）

II

問１　ミカエリス－メンテンの式（「Michaelis–Menten の式」でも正解とする）

問２　各反応過程の反応式 r_1～r_3 は以下のように表される。

$$\mathrm{E+S} \xrightarrow{k_1} \mathrm{ES} \qquad r_1 = k_1[\mathrm{E}][\mathrm{S}] \tag{1}$$

$$\mathrm{ES} \xrightarrow{k_2} \mathrm{E+S} \qquad r_2 = k_2[\mathrm{ES}] \tag{2}$$

$$\mathrm{ES} \xrightarrow{k_3} \mathrm{E+P} \qquad r_3 = k_3[\mathrm{ES}] \tag{3}$$

ここで，酵素－基質複合体 ES の濃度 $[\mathrm{ES}]$ は基質 S の濃度 $[\mathrm{S}]$ よりもはるかに小さいと考えられるため，酵素－基質複合体 ES の反応速度 r_{ES} に対して定常状態近似法の適用が可能となり，次式が成立する。

$$r_{\mathrm{ES}} \approx 0 \tag{4}$$

ここで，酵素－基質複合体 ES の反応速度 r_{ES} は次式で表される。

$$r_{\mathrm{ES}} = \frac{r_1}{1} + \frac{r_2}{-1} + \frac{r_3}{-1} = k_1[\mathrm{E}][\mathrm{S}] - k_2[\mathrm{ES}] - k_3[\mathrm{ES}] \tag{5}$$

式(4)と式(5)より，酵素－基質複合体 ES の濃度 $[\mathrm{ES}]$ は次式で表される。

$$[\mathrm{ES}] = \frac{k_1}{k_2 + k_3}[\mathrm{E}][\mathrm{S}] \tag{6}$$

ここで，$[\mathrm{E}]$ は溶液中に存在する酵素濃度であり，$[\mathrm{ES}]$ は基質と結合している酵素濃度に等しい。したがって，全酵素濃度 $[\mathrm{E_0}]$ との間には次の関係が成立する。

$$[\mathrm{E_0}] = [\mathrm{E}] + [\mathrm{ES}] \tag{7}$$

式(6)と式(7)から $[\mathrm{ES}]$ を消去して，$[\mathrm{E}]$ について解くと，次式が得られる。

$$[\mathrm{E}] = \frac{[\mathrm{E_0}]}{1 + \dfrac{k_1}{k_2 + k_3}[\mathrm{S}]} \tag{8}$$

ここで，$K_\mathrm{m} = (k_2 + k_3)/k_1$ と定義すると，式(8)は以下のように表される。

$$[\mathrm{E}] = \frac{[\mathrm{E_0}]}{1 + [\mathrm{S}]/K_\mathrm{m}} \tag{9}$$

反応速度 r は反応生成物 P の反応速度 r_P に等しい。式(6)を用いると r は次式で表される。

$$r = r_\mathrm{P} = \frac{r_3}{1} = k_3[\mathrm{ES}] = \frac{k_3[\mathrm{E}][\mathrm{S}]}{K_\mathrm{m}} \tag{10}$$

式(10)に式(9)を代入すると，次式が得られる。

$$r = \frac{k_3[\mathrm{E}][\mathrm{S}]}{K_\mathrm{m}} = \frac{k_3[\mathrm{E_0}][\mathrm{S}]}{K_\mathrm{m}(1 + [\mathrm{S}]/K_\mathrm{m})} = \frac{k_3[\mathrm{E_0}][\mathrm{S}]}{K_\mathrm{m} + [\mathrm{S}]} \quad \cdots \text{解答}$$

III

問１　PFR の微分形の設計方程式 $F_{A0}\dfrac{\mathrm{d}x_A}{\mathrm{d}V}=-r_A$ について，$V=0$，$x_A=0$ から $V=V$，$x_A=x_A$ で積分すると，

$$\int_0^V \mathrm{d}V = V = F_{A0}\int_0^{x_A}\frac{\mathrm{d}x_A}{-r_A}$$

問２　$C_A=(1-x_A)C_{A0}$ より，反応速度を反応率で表すと，

$$-r_A = kC_A = kC_{A0}(1-x_A)$$

これを与式に代入して微分方程式を解くと，

$$\frac{V}{v_0}=\tau=(1+\gamma)C_{A0}\int_{\frac{\gamma}{1+\gamma}x_{Af}}^{x_{Af}}\frac{\mathrm{d}x_A}{-r_A}$$

$$=(1+\gamma)C_{A0}\int_{\frac{\gamma}{1+\gamma}x_{Af}}^{x_{Af}}\frac{\mathrm{d}x_A}{kC_{A0}(1-x_A)}$$

$$=\frac{(1+\gamma)}{k}\ln\left(\frac{1-\dfrac{\gamma}{1+\gamma}x_{Af}}{1-x_{Af}}\right)$$

この式に問題文で与えられた値を代入して，x_{Af} を求める。

【循環比 $\gamma=0$ のとき】

$V=2.0\ \mathrm{m^3}$，$v_0=3.0\times10^{-3}\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$，$k=1.5\times10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}$，$\gamma=0$ より

$$\frac{2.0}{3.0\times10^{-3}}=\frac{1}{1.5\times10^{-3}}\ln\left(\frac{1}{1-x_{Af}}\right)$$

$$x_{Af}=0.632\ldots$$

$$\therefore x_{Af}=0.63$$

【循環比 $\gamma=1.0$ のとき】

$V=2.0\ \mathrm{m^3}$，$v_0=3.0\times10^{-3}\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$，$k=1.5\times10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}$，$\gamma=1.0$ より

$$\frac{2.0}{3.0\times10^{-3}}=\frac{2.0}{1.5\times10^{-3}}\ln\left(\frac{1-0.5x_{Af}}{1-x_{Af}}\right)$$

$$x_{Af}=0.565\ldots$$

$$\therefore x_{Af}=0.57$$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目 (b)化学工学系　④化学工学熱力学・物理化学（１７／２４）

I

問1

(1) 完全気体の状態方程式より

$$p=\frac{(120/40.0)\cdot 8.314\cdot 373.15}{1.00\times 10^{-3}}=9.31\,[\mathrm{MPa}]$$

(2) a は分子間の引力相互作用の強さを，b は斥力相互作用の強さを表す。

(3) 臨界点においては

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T=\left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}\right)_T=0$$

が成り立つ。1モルの気体について，

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T=-\frac{RT}{(V-b)^2}+\frac{2a}{V^3}$$

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}\right)_T=\frac{2RT}{(V-b)^3}-\frac{6a}{V^4}$$

より

$$\frac{RT}{(V-b)^2}=\frac{2a}{V^3} \qquad ①$$

$$\frac{2RT}{(V-b)^3}=\frac{6a}{V^4} \qquad ②$$

①／②より

$$\frac{V-b}{2}=\frac{V}{3}$$

$$\therefore V=3b$$

問2

(1) 与式より，融解におけるギブズエネルギー変化 $\Delta_{\mathrm{fus}}G$ を用いて，

$$\ln x_{\mathrm{A}}=\frac{\mu_{\mathrm{A}}^{*}(\mathrm{S})-\mu_{\mathrm{A}}^{*}(\mathrm{L})}{RT}=-\frac{\Delta_{\mathrm{fus}}G}{RT}$$

温度 T で両辺を微分して，ギブズ-ヘルムホルツ式を用いると，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}(\ln x_{\mathrm{A}})=\frac{\Delta_{\mathrm{fus}}H}{RT^2}$$

純物質Aの融点 T^{*} から溶液の融点まで積分すると，

$$\int_0^{\ln x_{\mathrm{A}}}\mathrm{d}(\ln x_{\mathrm{A}})=\frac{\Delta_{\mathrm{fus}}H}{R}\int_{T^{*}}^{T}\frac{\mathrm{d}T}{T^2}$$

したがって，

$$\ln x_{\mathrm{A}}=\frac{\Delta_{\mathrm{fus}}H}{R}\left(\frac{1}{T^{*}}-\frac{1}{T}\right)$$

ここで，$x_B = 1 - x_A \ll 1$を用いると，左辺は，

$$\ln x_A = \ln(1 - x_B) \simeq -x_B$$

凝固点降下をΔT_f　$\left(= T^* - T\right)$とすると，　$\Delta T_f / T^* \ll 1$なので，右辺は，

$$\frac{\Delta_{fus}H}{RT^*}\left(1 - \frac{1}{1 - \left(\Delta T_f / T^*\right)}\right) \simeq -\frac{\Delta_{fus}H}{RT^*}\frac{\Delta T_f}{T^*} = \frac{\Delta_{fus}H}{RT^{*2}}\Delta T_f$$

したがって，

$$\Delta T_f = \frac{RT^{*2}}{\Delta_{fus}H}x_B$$

(2)　水のモル融解エンタルピー$\Delta_{fus}H$は

$$\Delta_{fus}H = \frac{1\,[\mathrm{J}]}{3\times10^{-3}/18\,[\mathrm{mol}]} = 6.00\,[\mathrm{kJ/mol}]$$

水は，180/18 = 10 mol，ショ糖は，24.0/342.3 = 0.0701 mol なので，

$$x_B = \frac{0.0701\,[\mathrm{mol}]}{10.0701\,[\mathrm{mol}]} = 6.96\times10^{-3}$$

凝固点降下は

$$\Delta T_f = \frac{8.314\times273.15^2}{6\times10^3}\cdot6.96\times10^{-3} = 0.7196\,[\mathrm{K}]$$

したがって，融点は 272.43 K（−0.720°C）

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目 (b)化学工学系　④化学工学熱力学・物理化学（１９／２４）

II

問１　２つの炭素原子がそれぞれ１個の電子を供出するので，２個。

問２　ヒュッケル近似において，２つのπ電子の永年方程式は，

$$\begin{vmatrix} \alpha - E & \beta \\ \beta & \alpha - E \end{vmatrix} = 0$$

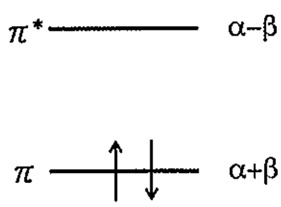
問３　問２の永年方程式を解いて，

$$(\alpha - E)^2 - \beta^2 = (\alpha - E + \beta)(\alpha - E - \beta) = 0$$

したがって，

$$E = \alpha \pm \beta$$

問４　結合性軌道(π)のエネルギーは $\alpha + \beta$，反結合性軌道(π*)のエネルギーは $\alpha - \beta$ である。各軌道に2個ずつの電子が入るので，電子軌道は右図のようになる。



結合後のエネルギーは $2(\alpha + \beta)$，結合前は 2α なので，結合エネルギーは

$$\Delta E = 2(\alpha + \beta) - 2\alpha = 2\beta$$

であり，１つの π 結合を解離するために必要なエネルギーは，$2|\beta|$ である。

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目 (c)電子情報工学系　①電気回路（２０／２４）

I

問１

(1) 回路方程式は以下の通り。

$$Ri(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau=\sqrt{2}|E|\sin\omega t$$

(2) (1)の回路方程式をラプラス変換すると，

$$RI(s)+\frac{I(s)}{sC}=\frac{\sqrt{2}|E|\omega}{s^2+\omega^2}$$

となる。

(3) (2)で求めた式を$I(s)$について解き，題意から$\omega=1/(CR)=1$を代入すると，

$$I(s)=\sqrt{2}C|E|\frac{s}{(s^2+1)(s+1)}$$

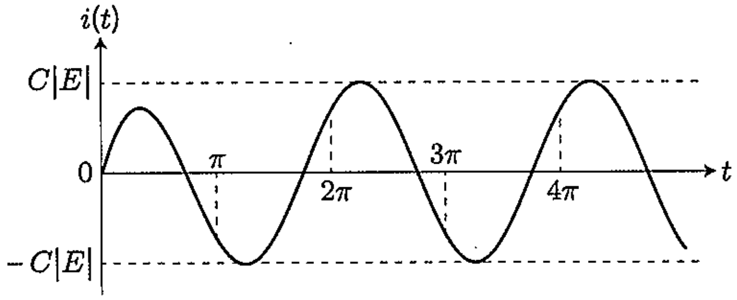
となる。

(4) (3)で求めた式を逆ラプラス変換すると，

$$i(t)=C|E|\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{C|E|}{\sqrt{2}}e^{-t}$$

となる。

(5) (4)で求めた式から，「$i(0)=0$」，また「$i(t)$の第１項は初期位相$\pi/4$，角周波数1の正弦波，第２項は時間tの増加に伴って指数関数的に効果が薄れていく減衰項」であることが分かる。このことから，電流$i(t)$の時間変化は以下のグラフで表される。



問２

(1)　電圧源$e(t)$の複素数表示は以下の通り。

$$|E|e^{j0} = |E|$$

(2)　キルヒホッフの電圧則から抵抗Rの両端の電圧V_Rを求めると，

$$V_R = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}|E|$$

となる。

(3)　(2)で求めたV_Rの実部をV_{Re}，虚部をV_{Im}とすると，

$$V_{\mathrm{Re}} = \frac{(\omega CR)^2}{1 + (\omega CR)^2}|E|,\ V_{\mathrm{Im}} = \frac{\omega CR}{1 + (\omega CR)^2}|E|$$

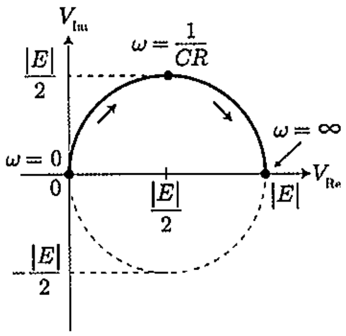
となる。V_{Re}の式をωCRについて解くと，$\omega CR > 0$より

$$\omega CR = \sqrt{\frac{V_{\mathrm{Re}}}{|E| - V_{\mathrm{Re}}}}$$

となる。これをV_{Im}の式に代入すると，以下の式が得られる。

$$\left(V_{\mathrm{Re}} - \frac{|E|}{2}\right)^2 + V_{\mathrm{Im}}^2 = \left(\frac{|E|}{2}\right)^2$$

この式は，原点が$(V_{\mathrm{Re}}, V_{\mathrm{Im}}) = (|E|/2, 0)$，半径が$|E|/2$の円を示すが，$V_{\mathrm{Re}} \geq 0, V_{\mathrm{Im}} \geq 0$よりフェーザ軌跡は以下のように$V_{\mathrm{Re}} \geq 0, V_{\mathrm{Im}} \geq 0$の領域内で半円を描く。



(4)　回路に流れる電流をIとすると，複素電力P_{comp}は，

$$P_{\mathrm{comp}} = \overline{|E|}I = \frac{(1+j)|E|^2}{2R}$$

となる。したがって，有効電力Pは，

$$P = \frac{|E|^2}{2R}$$

となる。

(5)　力率$\cos\phi$は，

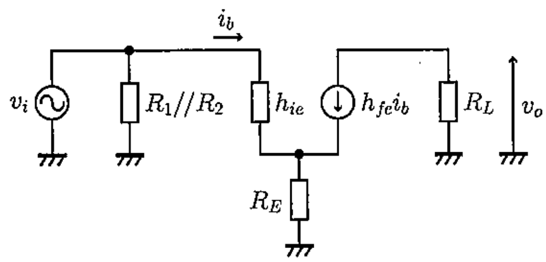
$$\cos\phi = \frac{P}{|P_{\mathrm{comp}}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.71$$

となる。

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(c)電子情報工学系　②電子回路（２２／２４）

I

問１　小信号等価回路は，下図となる。



問２　問１で求めた小信号等価回路より，回路方程式は

$$v_i = \{h_{ie} + (1+h_{fe})\,R_E\}\,i_b$$
$$v_o = -h_{fe}R_L i_b$$

となるから，電圧利得 A_v は次式となる。

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{h_{fe}R_L}{h_{ie} + (1+h_{fe})\,R_E}$$

問３　$h_{fe}(\omega) = \dfrac{h_{fe0}}{1+j\,(\omega/\omega_0)}$ を問２の解に代入して，$A(\omega)$ は次式となる。

$$A_v(\omega) = -\frac{h_{fe0}R_L}{h_{ie} + (1+h_{fe0})\,R_E + j\dfrac{(h_{ie}+R_E)\,\omega}{\omega_0}}$$

問４．ω_c は次式となる。

$$\omega_c = \frac{h_{ie} + (1+h_{fe0})\,R_E}{h_{ie}+R_E}\,\omega_0$$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　(c)電子情報工学系　②電子回路（２３／２４）

II

問１　v_i と v_3 に対して v_1 は加算回路の出力であるから，v_1 は次式となる。

$$v_1 = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + j\omega C_1 R_2}(v_i + v_3)$$

問２　回路より

$$v_2 = -\frac{1}{j\omega C_2 R_3} v_1$$

$$v_3 = -v_2 = \frac{1}{j\omega C_2 R_3} v_1$$

となるから，これらを問１の答の式に代入して，$H_1(\omega)$ と $H_3(\omega)$ は次式となる。

$$H_1(\omega) = -\frac{j\omega C_2 R_2 R_3}{R_2\left(1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_3\right) + j\omega C_2 R_1 R_3}$$

$$H_3(\omega) = -\frac{R_2}{R_2\left(1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_3\right) + j\omega C_2 R_1 R_3}$$

問３　$\left|H_1(\omega)\right|$ と $\angle H_1(\omega)$ は，それぞれ次式となる。

$$\left|H_1(\omega)\right| = \frac{\omega C_2 R_2 R_3}{\sqrt{R_2^2\left(1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_3\right)^2 + \left(\omega C_2 R_1 R_3\right)^2}}$$

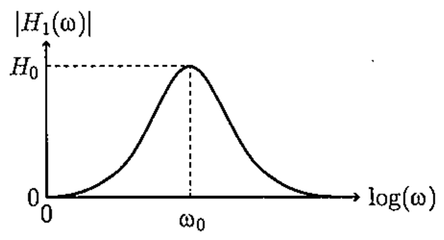
$$\angle H_1(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{\omega C_2 R_1 R_3}{R_2\left(1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_3\right)}$$

問４　$\left|H_3(\omega)\right|$ と $\angle H_3(\omega)$ は，それぞれ次式となる。

$$\left|H_3(\omega)\right| = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2\left(1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_3\right)^2 + \left(\omega C_2 R_1 R_3\right)^2}}$$

$$\angle H_3(\omega) = \pi - \tan^{-1}\frac{\omega C_2 R_1 R_3}{R_2\left(1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_3\right)}$$

問５　$H_1(\omega)$ の特性は帯域通過フィルタであり，$\left|H_1(\omega)\right|$ の周波数特性の概略図は下図となる。



ここで，中心角周波数 ω_0 とそのときの利得 H_0 は，それぞれ次式である。

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_3}}$$

$$H_0 = \frac{R_2}{R_1}$$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	フロンティア工学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目 (c)電子情報工学系　③論理回路（２４／２４）

I

問1　図1の通り。

問2　図2(a)～(c)のカルノー図による最小化を行うことにより下記を得る。

$$Q_{n+1(1)} = \overline{Q_{n(1)}}\,\overline{Q_{n(0)}}\,x + Q_{n(1)}\,\bar{x}$$

$$Q_{n+1(0)} = Q_{n(1)}\,x + Q_{n(0)}\,\bar{x}$$

$$z = \overline{Q_{n(1)}}\,\overline{Q_{n(0)}}\,x$$

問3　問2の結果より，図3の回路を得る。

問4　図4の通り。

問5　3進ダウンカウンタ。

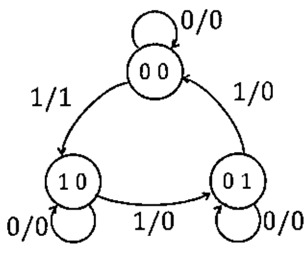


図1 状態遷移図

$Q_{n(1)}$	$Q_{n(0)} \setminus x$	0	1
0	0		1
0	1		
1	1	ϕ	ϕ
1	0	1	

図2(a) $Q_{n+1(1)}$のカルノー図

$Q_{n(1)}$	$Q_{n(0)} \setminus x$	0	1
0	0		
0	1	1	
1	1	ϕ	ϕ
1	0		1

図2(b) $Q_{n+1(0)}$のカルノー図

$Q_{n(1)}$	$Q_{n(0)} \setminus x$	0	1
0	0		1
0	1		
1	1	ϕ	ϕ
1	0		

図2(c) zのカルノー図

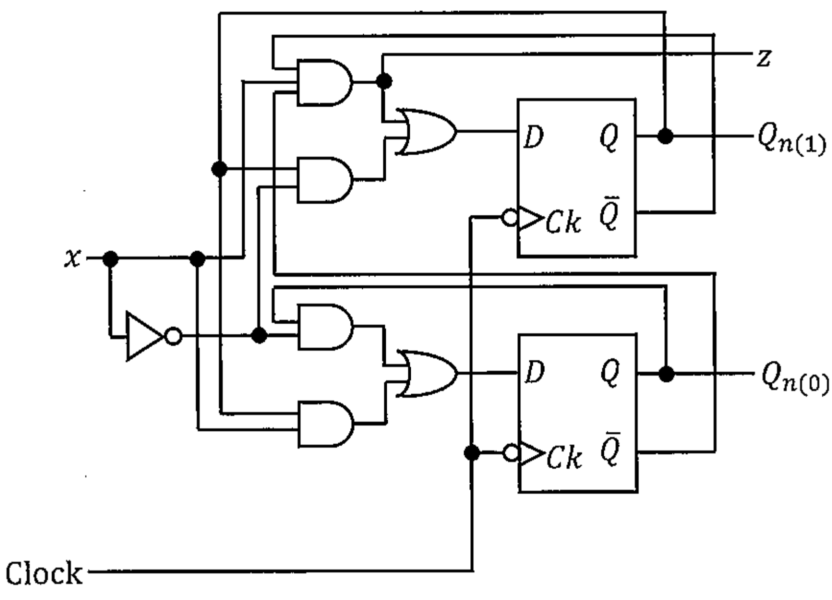


図3 回路図

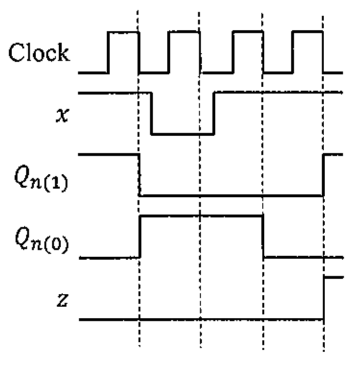


図4 $Q_{n(1)}, Q_{n(0)}, z$の波形