令和4年度（１０月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　①材料力学－Ｉ

I

問 1

$$\sigma^{\mathrm{AB}} = \frac{P}{2\sqrt{2}A}, \qquad \sigma^{\mathrm{BC}} = -\frac{P}{\sqrt{2}A}$$

問 2

$$|\lambda^{\mathrm{AB}}| = \frac{\sqrt{2}Pl}{4AE},\ |\lambda^{\mathrm{BC}}| = \frac{\sqrt{2}Pl}{2AE}$$

問 3

$\dfrac{Pl}{4AE}$　（上向き）

問 4

$\dfrac{3Pl}{4AE}$　（右向き）

問 5

$\dfrac{Pl}{7AE}$　（上向き）

問 6

$\dfrac{5Pl}{7AE}$　（右向き）

II

【１】 $\dfrac{b_1 h_1^3}{12}$

【２】 $\dfrac{b_1 h_1^2}{6}$

【３】 $\dfrac{b(h-h_1)}{h}$

【４】 $\dfrac{2}{3}h$

【５】 $\dfrac{b}{3}$

【６】 $\dfrac{2}{81}bh^2$

【７】 $\dfrac{q_0 l}{6}$

【８】 $\dfrac{q_0 l}{3}$

【９】 $\dfrac{l}{\sqrt{3}}$

【１０】 $\dfrac{\sqrt{3}}{27}q_0 l^2$

【１１】 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\dfrac{q_0 l^2}{bh^2}$

【１２】 $\dfrac{q_0}{360EI_z l}(3x^5-10l^2x^3+7l^4x)$

【１３】 $\dfrac{\sqrt{3}}{270}\dfrac{q_0 l^4}{EI_z}$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験

解　答　例

専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　②振動工学－Ｉ

I

問1　バネの自然長からの伸びをy_0とすると，$mgr_1 - ky_0r_2 = 0$　というつり合い式から

$$y_0 = \frac{mgr_1}{kr_2}$$

と求められる．

問2　y_0からのバネの変位をy_1とすると，$\frac{x}{r_1} = \frac{y_1}{r_2}$の関係からバネの伸びは下記のように求められる

$$y = y_0 + y_1 = \frac{mgr_1}{kr_2} + \frac{r_2}{r_1}x$$

問3　慣性モーメントをIとおくと，　$I = \frac{M_1r_1^2 + M_2r_2^2}{2}$となる．

問4　右図のように，質量mにつながれたひもの張力をT_1，バネにつながれたひもの張力をT_2，滑車の回転角度をθ，とすると

質量mの運動方程式　：$m\ddot{x} = mg - T_1$

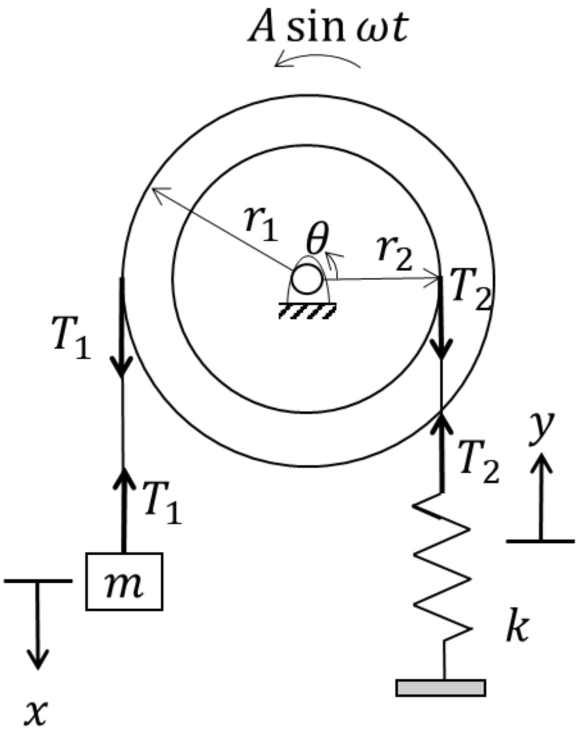
滑車の運動方程式：$I\ddot{\theta} = r_1T_1 - r_2T_2 + A\sin\omega t$

バネのつり合い方程式：$T_2 = ky = \frac{mgr_1}{r_2} + \frac{kr_2}{r_1}x$

xとθの関係：$x = r_1\theta$

が得られる．以上より，系の運動方程式は下記のように求められる．

$$\left(\frac{M_1r_1^2 + M_2r_2^2}{2} + mr_1^2\right)\ddot{x} + kr_2^2x = Ar_1\sin\omega t$$



問5　運動方程式は　$\left(\frac{M_1r_1^2 + M_2r_2^2}{2} + mr_1^2\right)\ddot{x} + kr_2^2x = 0$ と表されるため，固有角振動数は$\omega_n = \sqrt{\frac{2kr_2^2}{M_1r_1^2 + M_2r_2^2 + 2mr_1^2}}$となる．

問6　問４で得られた運動方程式から，定常振動解は下記のように求められる．

$$x = \frac{\frac{Ar_1}{kr_2^2}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\sin\omega t = \frac{2Ar_1}{2kr_2^2 - (M_1r_1^2 + M_2r_2^2 + 2mr_1^2)\omega^2}\sin\omega t$$

令和4年度（１０月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　②振動工学－II

II

問1　左の重りのつり合い状態からの変位を x とすると，運動方程式は $m\ddot{x} = -\frac{k}{2}x$ となる．よって，固有振動数は $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ と求められる．

問2　つり合い状態からの，左の重りの下向きの変位を x_2 とし，右の重りの上向きの変位を x_1 とする．運動方程式は $\begin{cases} m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) \end{cases}$ と表せる．これを解いて，固有振動数は $\omega_n = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ と求められる．

問3　上問と同様に変位を表すと，運動方程式は $\begin{cases} m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_1 = -kx_1 - k(x_1 - x_2) \end{cases}$ となる．これを解いて，固有振動数は $\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\frac{k}{m}}$ と求められる．

問4　上問と同様に変位を表すと，運動方程式は $\begin{cases} m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - a\cos\omega t) - k(x_1 - x_2) \end{cases}$ となる．これを解いて，棒が水平のまま動かない（反共振が生じる）角振動数 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ が求まる．

令和4年度（１０月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　③流れ学－Ⅰ

問１　水の密度ρ，重力加速度gなので，圧力$p(z)$は$p(z)=\rho gz$

答え　$p(z)=\rho gz$

問２　深さzにおける微小面積$dA=W\,dz$にはたらく全圧力dFは $dF=\rho gzdA=\rho gzWdz$

答え　$dF=\rho gzWdz$

問３　水門にはたらく全圧力FはdFを0からHまで積分することで得られるので，

$$F=\int_0^H \rho gzWdz=\frac{1}{2}\rho gH^2W$$

あるいは，全圧力は「図心における静水圧と面積の積」なので

$$F=\rho g\frac{H}{2}HW=\frac{1}{2}\rho gH^2W$$

答え $F=\dfrac{1}{2}\rho gH^2W$

問４　ξ軸回りのモーメントを考えると

$$Fz_{\mathrm{CP}}=\int_0^H \rho gz^2Wdz=\frac{1}{3}\rho gH^3W$$

$$\therefore z_{\mathrm{CP}}=\frac{1}{3}\rho gH^3W/\frac{1}{2}\rho gH^2W=\frac{2}{3}H$$

あるいは，圧力中心z_{CP}と図心z_{g}の距離は重心まわりの断面二次モーメント$I_{\xi\mathrm{G}}=WH^3/12$を用いて，次式で与えられるので，

$$z_{\mathrm{CP}}-z_{\mathrm{g}}=\frac{I_{\xi\mathrm{G}}}{z_{\mathrm{g}}A}$$

$$\therefore z_{\mathrm{CP}}=\frac{WH^3}{12\left(\frac{H}{2}\right)WH}+\left(\frac{H}{2}\right)=\frac{2}{3}H$$

答え　$z_{\mathrm{CP}}=\dfrac{2}{3}H$

問５　水深$z=\eta\sin\theta$なので，圧力$p(\eta)$は$p(\eta)=\rho g\eta\sin\theta$

答え $p(\eta)=\rho g\eta\sin\theta$

問６　ηにおける微小面積$dA'=Wd\eta$にはたらく全圧力dF'は$dF'=\rho g\eta\sin\theta\,dA'=\rho g\eta\sin\theta\,Wd\eta$

答え $dF'=\rho g\eta\sin\theta\,Wd\eta$

問７　水門にはたらく全圧力 F'は η 軸に沿って dF'を c から $c+H$ まで積分することで得られるので,

$$F' = \int_c^{c+H} \rho g \eta \sin\theta \, W d\eta = \frac{1}{2}\rho g \sin\theta \,(H^2 + 2Hc)W$$

あるいは，全圧力は「図心における静水圧と面積の積」なので

$$F' = \rho g\left(\frac{H}{2} + c\right)\sin\theta \, HW = \frac{1}{2}\rho g \sin\theta \,(H^2 + 2Hc)W$$

答え　$\frac{1}{2}\rho g \sin\theta \,(H^2 + 2Hc)W$

問８　水面を通る ξ 軸まわりのモーメントを考え，圧力中心の η 座標を η_{CP} とすると

$$F'\eta_{\mathrm{CP}} = \int_c^{c+H} \eta \cdot \rho g \eta \sin\theta \, W d\eta = \frac{1}{3}\rho g W \sin\theta \{(H + c)^3 - c^3\}$$

$$\therefore \eta_{\mathrm{CP}} = \frac{1}{3}\rho g W \sin\theta \{(H + c)^3 - c^3\} / \frac{1}{2}\rho g \sin\theta \,(H^2 + 2Hc)W = \frac{2(H^2 + 3Hc + 3c^2)}{3(H + 2c)}$$

あるいは，圧力中心 η_{CP} と図心 η_{g} の距離は次式で与えられるので、

$$\eta_{\mathrm{CP}} - \eta_{\mathrm{g}} = \frac{I_{\xi\mathrm{G}}}{\eta_g A} = \frac{WH^3}{12\left(c + \frac{H}{2}\right)WH}$$

$$\therefore \eta_{\mathrm{CP}} = \frac{WH^3}{12\left(c + \frac{H}{2}\right)WH} + \left(c + \frac{H}{2}\right) = \frac{2(H^2 + 3Hc + 3c^2)}{3(H + 2c)}$$

水面からの深さに換算すると

$$z'_{\mathrm{CP}} = \eta_{\mathrm{CP}} \sin\theta = \frac{2(H^2 + 3Hc + 3c^2)}{3(H + 2c)} \sin\theta$$

答え　$\boxed{ア} = H, \boxed{イ} = Hc, \boxed{ウ} = c, \boxed{エ} = \sin\theta$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　③流れ学－II

問１　円管の断面積は S，断面①の流れの平均速さは V_1 なので，体積流量を Q とすると $Q=SV_1$

答え　SV_1

問２　流体の密度は ρ，断面①の体積流量は $Q=SV_1$，断面①の平均速さは V_1 なので，断面①に流入する流体の単位時間当たりの運動量の大きさは，$\rho QV_1=\rho SV_1{}^2$

答え　$\rho SV_1{}^2$

問３　円管の断面積は S=一定である。また，非圧縮性の定常流れなので，体積流量は断面①と断面②で同じである。したがって，断面②の平均速さを V_2 とすると，連続の式から，$Q=SV_1=SV_2$　$\therefore V_2=V_1$

答え　V_1

問４　ゲージ圧を絶対圧に変換しておく（ゲージ圧のままで計算しても最終解答は同じ）。損失ヘッドを h とすると，損失ヘッドを考慮した「エネルギー保存則へ拡張したベルヌーイの式」は次式で与えられる。

$\dfrac{V_1{}^2}{2g}+\dfrac{p_1+\text{大気圧}}{\rho g}=\dfrac{V_2{}^2}{2g}+\dfrac{p_2+\text{大気圧}}{\rho g}+h$　ここで，$V_2=V_1$ なので，$h=\dfrac{p_1-p_2}{\rho g}$　となる。

$p_1>p_2$ なので，損失ヘッドの大きさも同式で与えられる。　　答え　$\dfrac{p_1-p_2}{\rho g}$

問５　流れ方向を正とする。検査面入口・出口の単位時間当たりの運動量は，断面①・断面②のものと，それぞれ同じである。検査面入口は，問２から，$\rho QV_1=\rho SV_1{}^2$ である。また，検査面出口は，断面②について考えればよい。S=一定でかつ $V_2=V_1$ なので，$\rho QV_2=\rho SV_1{}^2$ である。したがって，検査面入口と出口の単位時間当たりの運動量の差を $\varDelta_{\text{運動量}}$ とすると，$\varDelta_{\text{運動量}}=\rho QV_1-\rho QV_2=\rho SV_1{}^2-\rho SV_1{}^2=0$

答え　0

問６　p_1 と p_2 はゲージ圧なので，断面①と断面②にはたらく圧力による力のみを考えればよい。流れ方向を正として，検査面境界にはたらく圧力による力の合力 $F_{\text{圧力}}$ を求めると

$F_{\text{圧力}}=p_1S-p_2S=(p_1-p_2)S$　　となる。$p_1>p_2$ なので，「検査面境界にはたらく圧力による力の合力」の大きさも $(p_1-p_2)S$ となる。

答え　$(p_1-p_2)S$

問７　流れ方向を正として，運動量の法則を用いて，円管にはたらく流体力 $F_{\text{流体力}}$ を求めると

$F_{\text{流体力}}=\varDelta_{\text{運動量}}+F_{\text{圧力}}=0+(p_1-p_2)S=(p_1-p_2)S$

である。$p_1>p_2$ なので，「円管にはたらく流体力」の大きさも同式で与えられる。

答え　$(p_1-p_2)S$

問８　円管壁面の面積は $2\pi RL$ なので，「円管にはたらく壁面せん断応力による力」の大きさは $2\pi RL\tau_w$ となる。

答え　$2\pi RL\tau_w$

問９　問７と $S=\pi R^2$ から，$(p_1-p_2)S=(p_1-p_2)\pi R^2$。これが問８と等しいとおくと，$2\pi RL\tau_w=(p_1-p_2)\pi R^2$ である。　$\therefore \tau_w=(p_1-p_2)R/(2L)$

答え　$\tau_w=(p_1-p_2)R/(2L)$

令和４年度（１０月期入学）及び令和５年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専 攻 名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　④熱力学－Ⅰ

I

問 1

1 : b,　2 : c,　3 : a

問 2

1→2 の可逆断熱過程では $p^{1-\kappa}T^{\kappa}$ = 一定であるため，

$p_1^{1-\kappa}T_1^{\kappa} = (5p_1)^{1-\kappa}\ T_2^{\kappa} \quad\rightarrow\quad T_2 = 5^{(\kappa-1)/\kappa}\ T_1 = 5^{1/3}\ T_1$

3→1 は等容過程であるため，$p_1 / T_1 = p_3 / T_3 = 5p_1 / T_3 \rightarrow T_3 = 5\ T_1$

∴状態 2　1.71 倍　状態 3　5.00 倍

問 3

加熱量 $Q_H = Q_{2\rightarrow3} = m\ c_p\ (T_3 - T_2) = \kappa / (1-\kappa) \cdot m\ R\ (5 - 5^{1/3})\ T_1 = 3\ (5 - 5^{1/3})\ p_1\ V_1$

$= 3\ (5 - 1.71)\ p_1\ V_1 = 9.87\ p_1\ V_1$

冷却熱量 $Q_L = -Q_{3\rightarrow1} = m\ c_v\ (T_3 - T_1) = 1 / (1-\kappa) \cdot m\ R\ (5 - 1)\ T_1 = 8\ p_1\ V_1$

正味仕事 $L = Q_H - Q_L = 1.87\ p_1\ V_1$

問 4

$\eta = L / Q_H = 1.87/9.87 = 0.189$　　∴ 19%

問 5

不可逆過程における理想気体のエントロピーの微小変化は以下の式となる．

$dS = \delta Q / T = (dU + p\ dV) / T = m\ c_v\ dT/T + m\ R / V \cdot dV$

これを両辺積分し，状態 A (T_A, V_A)から状態 B (T_B, V_B)に変化する場合で以下の式が得られる．

$\Delta S_{A\rightarrow B} = m\ c_v \ln (T_B/T_A) + m\ R \ln (V_B/V_A)$

この式を用いて，図中のエントロピー変化量を求める．

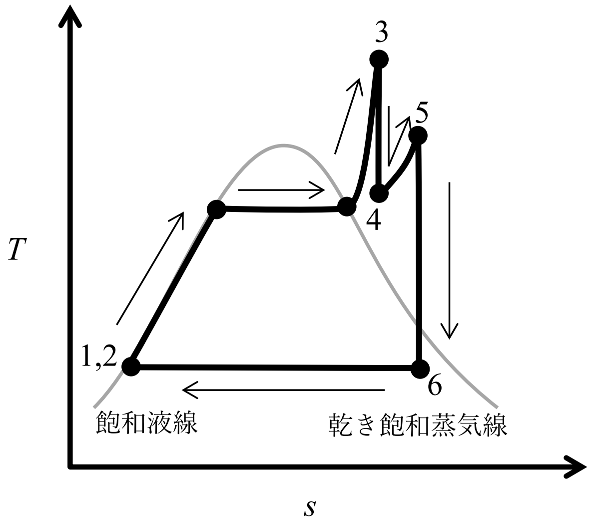
$\Delta S = -\Delta S_{3\rightarrow1} = -m\ c_v \ln (T_1/T_3) = m\ R / (\kappa - 1) \ln 5 = 2 \ln 5 \cdot p_1\ V_1/ T_1 = 3.22\ p_1\ V_1/ T_1$

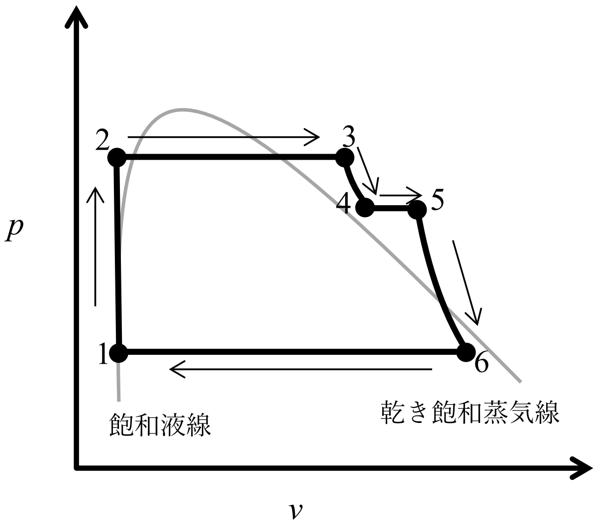
∴ $2 \ln 5 \cdot p_1\ V_1/ T_1$　または　$3.22\ p_1\ V_1/ T_1$

専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　④熱力学－II

II

問１





問２

過程 4 ⇒ 5 は定圧変化であるから，p_5 = p_4 = 0.8 MPa

状態 5 は，温度 500 ℃，圧力 p_5 = 0.8 MPa の過熱水蒸気であるため，h_5，s_5 は表 1 過熱水蒸気表より，

h_5 = 3481.17 kJ/kg,

s_5 =7.8690 kJ/(kg・K)

ここで，過程 5 ⇒ 6 は断熱膨張なので，$s_6 = s_5$ = 7.8690 kJ/(kg・K)

乾き度 x は　$s_6=(1-x)\cdot s_6'+x\cdot s_6''$　と表せるため，表 3 水の飽和表（温度基準）より，

$$x=\frac{s_6-s_6'}{s_6''-s_6'}=\frac{7.8690-0.3673}{8.5568-0.3673}=0.9160$$

$\underline{x = 9.16 \times 10^{-1}}$

問３

低圧タービンから得られる水 1kg あたりの仕事 l_{56} は，$l_{56} = h_5 - h_6$ で表される。

$h_6=(1-x)\cdot h_6'+x\cdot h_6''$　ならびに，表 3 水の飽和表（温度基準）より，

h_6=(1-0.9160)·104.84+0.9160·2546.54=2341.44 kJ/kg

よって

$l_{56} = h_5 - h_6$ = 3481.17 - 2341.44 = 1139.73 kJ/kg

= <u>1140 kJ/kg = 1.14 MJ/kg</u>

令和4年度（１０月期入学）及び令和5年度　金沢大学大学院自然科学研究科　博士前期課程入学試験 解　答　例	
専　攻　名	機械科学専攻（一般選抜）
試験科目名	専門科目　④熱力学－II

問 4

$\eta = \dfrac{(h_3\text{-}h_4) + (h_5\text{-}h_6)}{(h_3\text{-}h_2)+(h_5\text{-}h_4)}$　もしくは，$\eta = \dfrac{(h_3\text{-}h_4) + (h_5\text{-}h_6)}{(h_3\text{-}h_1)+(h_5\text{-}h_4)}$

問 5

状態 4 において乾き飽和蒸気になる圧力が，p_4 の下限圧力となる。過程 3 ⇒ 4 は断熱膨張なので，表 1 過熱水蒸気表より，$s_3 = s_4 = 6.9045$ kJ/(kg·K)

状態 4 は，飽和蒸気とすると，表 2 水の飽和表（圧力基準）より，状態 4 の圧力 p_4 は，0.3 MPa～0.4 MPa の範囲にある。線形近似して圧力を導出する。

$$p_4 - 0.3 = \frac{0.4 - 0.3}{6.8954\text{-}6.9916}\cdot(6.9045\text{-}6.9916) \quad \text{MPa}$$

$p_4 = 0.391$ MPa

よって，求める p_4 の条件は，$p_4 > 3.91\times10^{-1}$ MPa